

JJF

中华人民共和国国家计量技术规范

JJF XXXX-XXXX

硅光电倍增器参数校准规范

Calibration Specification for Parameters of Silicon Photomultiplier

(报批稿)

XXXX-XX-XX 发布 XXXX-XX-XX 实施

国家质量监督检验检疫总局 发布

硅光电倍增器参数校准规范

Calibration Specification for Parameters of Silicon Photomultiplier

JJFXXXX-XXXX

归口单位：全国光学计量技术委员会

主要起草单位：中国计量科学研究院

中国测试技术研究院

北京师范大学

参加起草单位：

本规范委托全国光学计量技术委员会负责解释

本规范主要起草人：张保洲（北京师范大学）

林延东（中国计量科学研究院）

苏昌林（中国测试技术研究院）

参加起草人：卢利根（北京师范大学）

孟海凤（中国计量科学研究院）

曾丽梅（中国测试技术研究院）

曾 洋（北京师范大学）

目 录

引言	(III)
1 范围	(1)
2 术语	(1)
2.1 硅光电倍增器	(1)
2.2 暗计数	(1)
2.3 探测效率	(1)
2.4 动态范围	(1)
2.5 时间分辨率	(1)
3 概述	(1)
4 计量特性	(2)
4.1 暗计数	(2)
4.2 探测效率	(2)
4.3 动态范围	(2)
4.4 单光子时间分辨率	(2)
5 校准条件	(3)
5.1 环境条件	(3)
5.2 测量标准及其他设备	(3)
6 外观要求	(3)
7 校准方法	(3)
7.1 外观检查	(3)
7.2 暗计数	(3)
7.3 探测效率	(3)
7.4 动态范围	(4)
7.5 单光子时间分辨率	(4)
8 校准结果	(5)
9 复校时间间隔	(6)
附录 A 原始记录推荐格式	(7)

附录 B 校准证书内页推荐格式..... (9)

附录 C 标准辐照度计的计算..... (12)

附录 D 测量不确定度评价实例..... (13)

引言

JJF 1001《通用计量术语及定义》、JJF 1032《光学辐射计量名词术语及定义》、JJF 1059.1《测量不确定评定与表示》和 JJF 1071《国家计量校准规范编写规则》共同构成支撑本规范编订的基础性系列规范。本规范为初次制定。

硅光电倍增器参数校准规范

1 范围

本规范适用于宽波段辐照计的校准。

2 术语

2.1 硅光电倍增器 SiPM, Silicon Photomultiplier

一种对雪崩光电二极管 (APD) 微单元进行高度集成的固体弱光探测器。它将成千上万个 APD 微单元阵列集成在同一衬底硅片上的阵列, 每个 APD 微单元都串联一个较大的电阻用来淬灭雪崩电流。当光子通过器件表面入射到器件的耗尽区, 就会触发雪崩效应, 产生雪崩信号。

2.2 暗计数 DCR, Dark Count Rate

将触发阈值设置为 0.5p. e. 时 SiPM 暗脉冲信号的统计计数。暗脉冲是指 SiPM 在无光照条件下, 处于正常工作偏压下, 由于材料内热激发或隧穿等原因产生的载流子经过 APD 单元的高场区, 引起雪崩倍增效应而输出的脉冲信号。

2.3 光子探测效率 PDE, Photon Detection Efficiency

一定时间内 SiPM 探测到的光子数与入射光子数的比值。是表征 SiPM 探测能力最关键的表征量之一。

2.4 增益 Gain

SiPM 中雪崩光电二极管 (APD) 单元发生一次雪崩所释放的载流子数目。它也是表征 SiPM 探测能力的重要参数之一。

2.5 单光子时间分辨率 SPTR, Photon Time Resolution

从 SiPM 接受入射光子到其输出信号所间隔的时间。它反映了 SiPM 能够分辨两个两个光子入射事件的最小时间间隔。

3 概述

SiPM 实质上是在硅片上以并联形成集成的成千上万个工作在盖格模式下的探测器。相较于传统光电倍增管, 优势在于其具有更大的增益、更高的光子探测效率、更宽的动态范围和更快的响应速度, 特别是其增益对磁场不敏感。

SiPM 的应用效果依赖其性能, 如何表征 SiPM 不仅是 SiPM 应用者更是 SiPM 研发人员必须面对的课题。全面表征 SiPM 的性能可引入的光电参量很多。电学性能主要体现在其 IV 特性, 包括击穿电压、过偏压、增益、光学串话率、后脉冲率、恢复时间等; 光学性能主要包括暗计数、光子探测效率、动态范围、单光子时间分辨率等。从应用和研发角度讲, 电学性能参数主要体现 SiPM 的工作状态, 而才更能体现品质。因此本规范将校准的对象聚焦在 SiPM 的光学性能参数上。

4 计量特性

硅光电倍增器的主要计量特性包括：暗计数、光子探测效率、增益和单光子时间分辨率。

4.1 暗计数

将触发阈值设置为 0.5p. e. 时 SiPM 暗脉冲信号的统计计数。硅光电倍增器的暗计数应不超 600 kHz/mm^2 。

4.2 光子探测效率

一定时间内 SiPM 探测到的光子数与入射光子数的比值。硅光电倍增器的峰值探测效率应不低于 25%。

4.3 增益

APD 单元发生一次雪崩所释放的载流子数目。硅光电倍增器的增益应不小于 2×10^5 。

4.4 单光子时间分辨

从 SiPM 接受入射光子到其输出信号所间隔的时间。硅光电倍增器的单光子时间分辨不大于 0.5ns。

注：以上指标不是用于仪器的合格性判别，仅提供参考。

5 校准条件

5.1 环境条件

校准环境温度 $23^\circ\text{C} \pm 5^\circ\text{C}$ ；相对湿度 $< 70\%$ 。

校准环境应备置遮光设施，防止其它强光源直射校准设备。

5.2 测量标准及其他设备

用于硅光电倍增器参数校准的设备包括：已知响应度的光电倍增管（PMT）或硅光电池（PIN）、三窗积分球、发光二极管、激光器、发光二极管（LED）、信号发生器、微电流计、高速示波器、稳压电源、高压电源。

6 外观要求

被校硅光电倍增器的状态正常，其受光面的表面应清洁无划痕、斑点或指纹，主体不应有目视可见的缺陷。

被校硅光电倍增器应备有使用说明书，应明示其校准条件。

7 校准方法

7.1 外观检查

被校仪器应符合 6 的要求，不存在影响计量特性校准的缺陷，否则应当终止校准。

7.2 校准装置搭建

图 1 是硅光电倍增器校准装置的结构示意图：装有待测硅光电倍增器的样品夹具被安装在积分球样品座中；由信号发生器驱动 LED 发出的准单色光，通过积分球入射窗进入积分球，形成的均匀辐照同时照射到光电倍增管 (PMT) 和 SiPM 上。PMT 的信号由微电流计读取，SiPM 的信号经放大后由高速示波器读取。高速示波器与信号发生器同步。

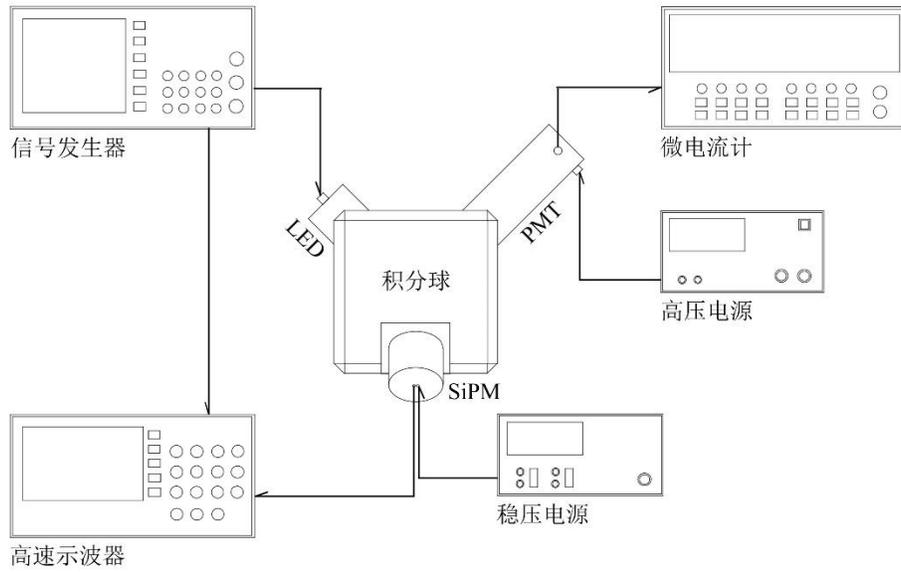


图1 硅光电倍增器校准装置结构示意图

7.3 暗计数

7.3.1 打开为 SiPM 提供反向偏置电压的电源，调节偏压至器件正常工作状态，即最大过偏压之前的所需偏压；

7.3.2 打开高速示波器，将触发阈值设置为 0.5p. e. ；

7.3.3 待 SiPM 输出稳定后，用高速示波器的“Area”函数测量脉冲面积，使用“hist”函数对测量到的脉冲面积作直方图统计获取暗计数 DCR。

7.4 光子探测效率

7.4.1 打开为 SiPM 提供反向偏置电压的电源，调节偏压至器件正常工作状态，即最大过偏压之前的所需偏压。

7.4.2 打开信号发生器，选定一个通道用作同步触发，选定另一个通道触发 LED 发光，在积分球中形成的均匀辐照同时照射到 PMT 和 SiPM 上。

7.4.3 信号发生器输出电压波形选为方波，频率选择 100 kHz 或 1 MHz，同步通道电压幅设为 2 V，触发通道电压用以调节光强。

7.4.4 打开高压电源和微电流计，使 PMT 输出的电流稳定显示在微电流计上。

7.4.5 打开高速示波器，高速示波器选用 DC50Ω 耦合 SiPM 信号，使 SiPM 输出的脉冲波形稳定呈现在示波器面板上。

7.4.6 通过改变触发通道电压调节光强，使示波器呈现出(4-6)个单光子谱峰位，在微电流计上读取 PMT 输出的电流 I_{total} 。

7.4.7 用高速示波器的“Area”函数测量脉冲面积，使用“hist”函数对测量到的脉冲面积作直方图统计。

7.4.8 关闭信号发生器触发通道，使 LED 熄灭，在微电流计上读取 PMT 输出的电流 I_{dark} 。

7.4.9 用高速示波器的“Area”函数测量脉冲面积，使用“hist”函数对测量到的暗脉冲面积作直方图统计。

7.4.10 利用 Spyder 软件中的“高斯拟合”分别由脉冲面积作直方图统计和暗脉冲面积作直方图统计得到相应的平均光电子数 μ_{light} 和 μ_{dark} 。

7.4.11 利用测定的 μ_{light} 、 μ_{dark} 和 I_{total} 、 I_{dark} 计算光子探测效率：

$$PDE = \frac{(\mu_{light} - \mu_{dark}) \times R_{PMT} \times f \times h \times c}{(I_{total} - I_{dark}) \times \lambda} \times \frac{S_{PMT}}{S_{SiPM}} \times 100\%$$

式中 R_{PIN} 为 PMT 的响应度， λ 为波长， f 是信号发生器触发 LED 的频率， h 为普朗克常量， c 为真空光速， S_{PMT} 和 S_{SiPM} 分别为 PMT 和 SiPM 的有效面，均为已知量。

7.5 增益

7.5.1 关闭高压电源和微电流计。

7.5.2 确认示波器呈现出(4-6)个单光子谱峰位

7.5.3 用高速示波器的“Area”函数测量脉冲面积，使用“hist”函数对测量到的脉冲面积作直方图统计。

7.5.4 求出单光子谱两个峰之间的平均间隔，得到单光子事件响应的平均面积 $S_{1p.e.}$ ，即得到器件响应的电荷量。由于测量使用100倍放大器，输入阻抗50 Ω， $e=1.6 \times 10^{-19}C$ ，计算器件增益：

$$G(V, T) = S_{1p.e.}/(100 * 50 * e)$$

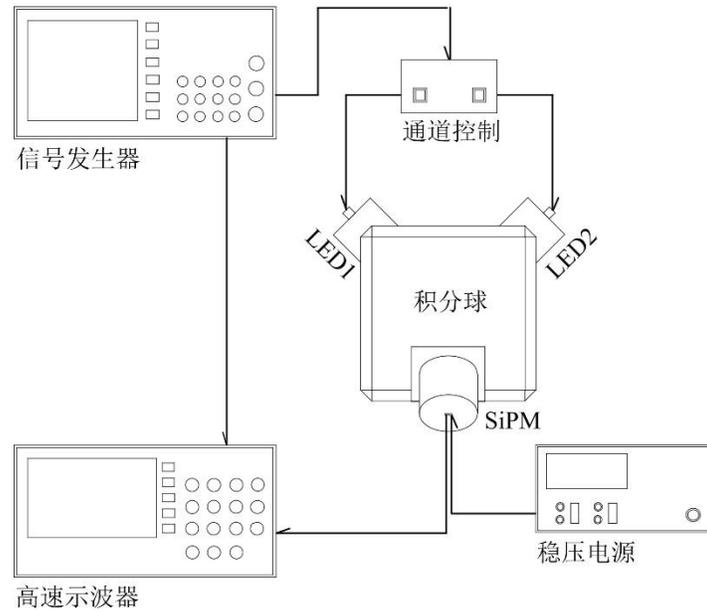


图2 硅光电倍增器动态范围测量装置结构示意图

7.6 单光子时间分辨

7.6.1 将图 1 中积分球移去，LED 用激光器代替，并与一根一分二分束光纤耦合，可使激光输入到两个同型号被测光电倍增器上，如图 2 所示。

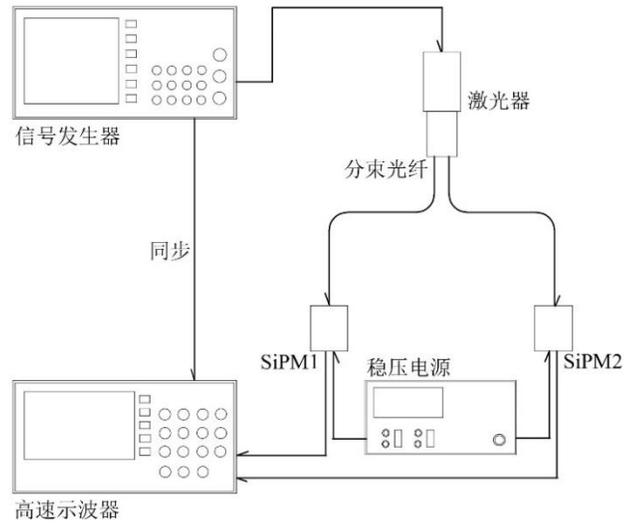


图2 硅光电倍增器时间分辨测量装置结构示意图

7.6.2 打开为 SiPM 提供反向偏置电压的电源，调节偏压至器件正常工作状态，即最大过偏压之前的所需偏压；

7.6.3 打开信号发生器，选定一个通道用作同步触发，选定另一个通道触发 Laser 发光，将同时照射到 SiPM1 和 SiPM2 上，挑选器件特性相同。

7.6.4 信号发生器输出电压波形选为方波，频率选择 1 MHz，同步通道电压幅设为 2 V，触发通道电压用以调节光强。

7.6.5 调整阈值水平为 0.5p.e 的高度，观察此时两通道计数率值的大小变化，在计数率较高的通道增加中性衰减片，衰减光强，至两通道的计数率误差在 5% 以内，判断两通道光强水平基本一致。

7.6.6 打开高速示波器，高速示波器选用 DC50Ω 耦合 SiPM 信号，使 SiPM 输出的脉冲波形稳定呈现在示波器面板上。

7.6.7 用高速示波器的“Area”函数测量脉冲面积，“RMS”函数测量基线噪声的均方根，“slew”函数测量脉冲上升沿斜率，“Skew”函数测量两路脉冲的时间间隔，“hist”函数进行直方统计图，“trend”函数统计记录。二元数组选择 1000，采集数目 50k。

7.6.8 处理数据光信号面积直方图、实时统计记录，上升沿斜率的实时统计记录，符合时间的直方图、实时统计记录。利用 MATLAB 筛选不同信号强度的事件，

挑选 1p.e 事件符合时间；直方图统计进行高斯拟合，得到 FWHM 值为系统时间分辨率 t_{Total}

$$t_{Total}^2 = 2t_{SiPM}^2 + t_{n1}^2 + t_{n2}^2 + t_{Laser}^2$$

式中 t_{Laser}^2 为激光到达时间的抖动，由激光器的脉宽与抖动决。 t_{n2}^2 、 t_{n1}^2 为两只器件电子学噪声贡献的时间抖动的半高全宽， $t_n = 2.355 * \sigma_n$ 。 σ_n 是电子学噪声贡献的时间抖动的标准不确定度，等于基线幅值的均方根值除以脉冲前沿斜率。由此计算得 t_{SiPM} 为 SiPM 的本征单光子时间分辨率（SPTR）。

8 校准结果

校准结果应在校准证书上反映。校准证书应至少包括以下信息：

- a) 标题：“校准证书”；
- b) 实验室名称和地址；
- c) 进行校准的地点（如果与实验室的地址不同）；
- d) 证书的唯一性标识（如编号），每页及总页数的标识；
- e) 客户的名称和地址；
- f) 被校对象的描述和明确标识；
- g) 进行校准的日期，如果与校准结果的有效性和应用有关时，应说明被校对象的接收日期；
- h) 如果与校准结果的有效性应用有关时，应对被校样品的抽样程序进行说明；
- i) 校准所依据的技术规范的标识，包括名称及代号；
- j) 本次校准所用测量标准的溯源性及有效性说明；
- k) 校准环境的描述；
- l) 校准结果及其测量不确定度的说明；
- m) 对校准规范的偏离的说明；
- n) 校准证书或校准报告签发人的签名、职务或等效标识；
- o) 校准结果仅对被校准对象有效的声明；

未经实验室书面批准，不得部分复制证书的声明。

9 复校时间间隔

硅光电倍增器的建议复校时间间隔为二年。由于器件保持量值稳定性的状况不但与器件自身的品质相关，也与器件的保存和使用条件以及使用者的水平等诸多因素紧密关联，因此，送校单位可根据实际使用情况自主决定硅光电倍增器的复校时间间隔。

附录 A

原始记录推荐格式

A.1 暗计数率

暗计数 / (kHz)	样品尺寸 / (mm ²)	暗计数率 / (kHz/mm ²)

A.2 光子探测效率

波长 λ (nm)	触发频率 f (Hz)	PMT 输出电流 (nA)		SiPM 光电子数		有效面积 (mm ²)	
		I_{dark}	I_{total}	μ_{dark}	μ_{light}	S_{PMT}	S_{SiPM}
响应度 R_{PMT} (A/W)				探测效率 PDE (%)			

A.3 动态范围

触发电压 (V)	示波器测得的 SiPM 脉冲面积			线性误差 δ_1 (%)
	A_{i1} (触发 LED ₁)	A_{i2} (触发 LED ₂)	A_i (触发双 LED)	
0	(A_d)			
V_1				
V_2				
V_3				
V_3				
V_4				
V_5				
V_6				
V_7				
V_8				
V_9				
V_{10}				
V_{11}				
V_{12}				
被测 SiPM 的动态范围上限:				

A. 3 增益

单光子事件响应的平均面积 $S_{1p,e}$	增益

A. 4 单光子时间分辨

t_{total}	t_{n1}	t_{n2}	t_{laser}	t_{SiPM}

校准员： _____

核验员： _____

附录 B

校准证书内页推荐格式

B.1 暗计数率

暗计数 / (kHz)	样品尺寸 / (mm ²)	暗计数率 / (kHz/mm ²)

B.2 光子探测效率

波长 λ (nm)	触发频率 f (Hz)	PMT 输出电流 (nA)		SiPM 光电子数		有效面积 (mm ²)	
		I_{dark}	I_{total}	μ_{dark}	μ_{light}	S_{PMT}	S_{SiPM}
响应度 R_{PMT} (A/W)				探测效率 PDE (%)			

B.3 动态范围

触发电压 (V)	示波器测得的 SiPM 脉冲面积			线性误差 δ_i (%)
	A_{i1} (触发 LED ₁)	A_{i2} (触发 LED ₂)	A_i (触发双 LED)	
0	(A_d)			
V_1				
V_2				
V_3				
V_3				
V_4				
V_5				
V_6				
V_7				
V_8				
V_9				
V_{10}				
V_{11}				
V_{12}				
被测 SiPM 的动态范围上限:				

B. 4. 单光子时间分辨率

B. 5 说明

B. 5.1 校准依据的技术文件：

JJF ××××-×××× 《硅光电倍增管参数》校准规范

B. 5.2 校准使用的主要标准器和校准装置：

(1) 光电倍增管

响应度：

测量不确定度：

证书编号：

证书有效期：

(2) 电测及配套设备

设备名称	型号	主要性能	证书编号
微电流计			
高速示波器			
信号发生器			
高压电源			
稳压电源			
积分球			

B. 8.3 光子探测效率校准结果的不确定度：

$$U = \quad (k=2)$$

B. 8.4 实验室环境条件：

温度： ℃ 相对湿度： % RH

B. 8.5 复校时间间隔：宽波段辐照计的建议复校时间间隔为二年

附录 C

测量不确定度评定实例

本附录仅对基于光电倍增管(PMT)响应度校准硅光电倍增器(SiPM)光子探测效率的测量结果不确定度做实例评定。

C.1 校准方法

按本规范的规定,装有待测硅光电倍增器的样品夹具被安装在积分球样品座中;由信号发生器驱动 LED 发出的准单色光,通过积分球入射窗进入积分球,形成的均匀辐照同时照射到光电倍增管 PMT 和 SiPM 上。PMT 的信号由微电流计读取, SiPM 的信号经放大后由高速示波器读取。高速示波器与信号发生器同步。

分别在信号发生器驱动 LED 电压关闭和接通时,读取 PMT 输出电流、SiPM 输出的光子数 I_{dark} 、 μ_{dark} 和 I_{total} 、 μ_{light} , 进而计算得到光子探测效率。如此重复操作读取 PMT 输出电流、SiPM 输出的光子数, 计算得到光子探测效率三次, 取平均值作为最后结果。

C.2 不确定度评定的数学模型

C.2.1 建立数学模型

SiPM 光子探测效率 SiPM 辐照计示值误差的数学模型为:

$$\Delta\eta = \eta_{\text{校准}} - \eta_{\text{标准}} \quad (\text{C.1})$$

式中: $\Delta\eta$ 为校准的光子探测效率误差;

$\eta_{\text{校准}}$ 为校准的光子探测效率;

$\eta_{\text{标准}}$ 为光子探测效率标准值。

C.2.2 灵敏系数

$$c_1 = \frac{\partial \Delta\eta}{\partial \eta_{\text{示值}}} = 1 \quad (\text{C.2})$$

$$c_2 = \frac{\partial \Delta\eta}{\partial \eta_{\text{标准}}} = -1 \quad (\text{C.3})$$

C.3 输入量的相对标准不确定度评定

C.3.1 输入量 $\eta_{\text{示值}}$ 测量重复性的不确定度 $u_I(\eta_{\text{示值}})$

$u_I(\eta_{\text{校准}})$ 的来源主要是装置的测量重复性, 由于它是随机因素的综合影响, 采用 A 类方法评定。

按 C.1 校准方法保持驱动 LED 电压、PMT 高压以及 SiPM 偏压不变, 连续十次测算光子探测效率 η_i ($i=1, 2, 3, \dots, 9, 10$), 数据如表 C.1。

表 C.1 重复测量光子探测效率数据表 (n=10)

测次 i	光子探测效率 η_i	测次 i	光子探测效率 η_i
1	37.5	6	37.9
2	37.9	7	37.4
3	37.7	8	37.7
4	38.0	9	37.6
5	38.2	10	38.1

测量的光子探测效率平均值:

$$\bar{\eta} = \frac{\sum_{i=1}^{10} \eta_i}{10} = 37.8 \quad (\text{C. 4})$$

示值重复性导致的相对标准不确定度

$$u_I(\eta_{\text{示值}}) = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (\eta_i - \bar{\eta})^2}{n-1}}}{\sqrt{3}\bar{\eta}} = 0.4\% \quad (\text{C. 5})$$

自由度 $\nu_2 = 9$ 。

C. 3.2 输入量 $\eta_{\text{标准}}$ PMT 响应度溯源的不确定度 $u_1(\eta_{\text{标准}})$

PMT 响应度溯源的不确定度来源于上级检定部门计量证书, 用 B 类方法评定。

$$u_1(\eta_{\text{标准}}) = 2.5\%$$

C. 3.3 输入量 $\eta_{\text{标准}}$ 驱动 LED 电压的不确定度 $u_2(\eta_{\text{标准}})$

LED 工作电压的变化, 大体与其发光变化, 因此也与得到的光子探测效率变化成正比,

$$\Delta\eta(\lambda)/\eta(\lambda) = \Delta V / V \quad (\text{C. 6})$$

因为 $\Delta V / V \leq 0.1\%$

所以 $\eta_{\text{标准}}$ 信号发生器驱动 LED 电压的不确定度为

$$u_2(\eta_{\text{标准}}) = 0.1\%$$

C. 3.4 输入量 $\eta_{\text{标准}}$ 微电流计的不确定度 $u_3(\eta_{\text{标准}})$

由于用微电流计测量的电流与测算的光子探测效率成反比, 所以

$$\Delta\eta/\eta = -\Delta I / I \quad (\text{C. 7})$$

由于 $\Delta I / I \leq 0.1\%$

所以 $\eta_{\text{标准}}$ 微电流计的不确定度为

$$U_3(\eta_{\text{标准}}) = 0.1\%$$

C. 3.5 输入量 $\eta_{\text{标准}}$ 高速示波器的不确定度 $u_4(\eta_{\text{标准}})$

由于用高速示波器测量的计数与测算的光子探测效率成正比, 所以

$$\Delta\eta/\eta = \Delta\mu / \mu \quad (\text{C. 8})$$

由于 $\Delta\mu/\mu = \pm 0.5\%$

所以 $\eta_{\text{标准}}$ 高速示波器的不确定度为

$$U_4(\eta_{\text{标准}}) = 0.5\%$$

C.3.6 输入量 $\eta_{\text{标准}}$ PMT 有效面积的不确定度 $u_5(\eta_{\text{标准}})$

由于 PMT 的有效面积与测算的光子探测效率成正比，所以

$$\Delta\eta/\eta = \Delta A_{\text{PMT}}/A_{\text{PMT}} \quad (\text{C.9})$$

由于 $\Delta A_{\text{PMT}}/A_{\text{PMT}} = \pm 1.0\%$

所以 $\eta_{\text{标准}}$ PMT 的有效面积的不确定度为

$$U_5(\eta_{\text{标准}}) = 1.0\%$$

C.3.7 输入量 $\eta_{\text{标准}}$ SiPM 有效面积的不确定度 $u_6(\eta_{\text{标准}})$

由于 SiPM 的有效面积与测算的光子探测效率成反比，所以

$$\Delta\eta/\eta = -\Delta A_{\text{SiPM}}/A_{\text{SiPM}} \quad (\text{C.10})$$

由于 $\Delta A_{\text{SiPM}}/A_{\text{SiPM}} = \pm 1.0\%$

所以 $\eta_{\text{标准}}$ SiPM 的有效面积的不确定度为

$$U_6(\eta_{\text{标准}}) = 0.5\%$$

C.4 合成相对标准不确定度

合成相对标准不确定度的各分量如表 C.2 所示。

表 C.2 不确定度来源列表

序号	不确定度项	不确定度	自由度 ν	类型
1	$\eta_{\text{校准}}$ 测量重复性的不确定度 $u_1(\eta_{\text{校准}})$	0.4%	9	A
2	$\eta_{\text{标准}}$ PMT 响应度溯源的不确定度 $u_2(\eta_{\text{标准}})$	2.5%	∞	B
3	$\eta_{\text{标准}}$ 驱动 LED 电压的不确定度 $u_3(\eta_{\text{标准}})$	0.1%	∞	B
4	$\eta_{\text{标准}}$ 微电流计的不确定度 $u_4(\eta_{\text{标准}})$	0.1%	∞	B
5	$\eta_{\text{标准}}$ 高速示波器的不确定度 $u_5(\eta_{\text{标准}})$	1.0%	∞	B
6	$\eta_{\text{标准}}$ PMT 有效面积的不确定度 $u_6(\eta_{\text{标准}})$	1.0%	∞	B
7	$\eta_{\text{标准}}$ SiPM 有效面积的不确定度 $u_7(\eta_{\text{标准}})$	1.0%	∞	B
合成相对标准不确定度 $u_c(\eta_{\text{标准}})$		3.1%	3×10^6	

以上各不确定度分量不相关，因此合成相对标准不确定度 u_c 计算如下：

$$u_c = \sqrt{\sum_{i=1}^7 u_i^2} = 3.1\% \quad (\text{C.11})$$

合成自由度 ν_{eff} 为：

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{\sum_{i=1}^7 \frac{u_i^4}{v_i}} = 3 \times 10^5 \quad (\text{D.9})$$

D.5 扩展不确定度的评定

取置信概率 $p = 95\%$ ，根据 t 分布表查得 $t_{95}(3 \times 10^5) = 1.960$ ，本次校准测量结果的相对扩展不确定度为：

$$U_{95} = t_{95}(3 \times 10^5) \cdot u_c = 1.960 \times 3.1\% = 6.1\%$$
