****

**中华人民共和国国家计量技术规范**

JJF 1059.1－202x

**测量不确定度评定与表示技术规范**

**Technical specification for evaluation and expression   
of uncertainty in measurement**

（征求意见稿）

202x-xx-xx发布 202x-xx-xx实施

国家市场监管总局 发布

**测量不确定度评定与表示技术规范**

JJF 1059.1-202x

代替 JJF 1059.1-2012

**Technical specification for evaluation and**

**expression** **of uncertainty in measurement**

**归口单位：**全国测量不确定度计量技术委员会

**起草单位：**

…

本规范委托全国测量不确定度计量技术委员会负责解释

**本规范起草人：**

**目 录**

**[引言](#_Toc205331868)** [III](#_Toc205331868)

**[1 范围](#_Toc205331869)** [1](#_Toc205331869)

**[2 引用文件](#_Toc205331870)** [2](#_Toc205331870)

**[3术语和定义](#_Toc205331871)** [2](#_Toc205331871)

[3.1 被测量 measurand 2](#_Toc205331872)

[3.2 量的真值 true quantity value , true value of quantity 3](#_Toc205331873)

[3.3 影响量 influence quantity 3](#_Toc205331874)

[3.4 测量结果 measurement result，result of measurement 4](#_Toc205331875)

[3.5 测得的量值 measured quantity value 4](#_Toc205331876)

[3.6 测量精密度 measurement precision 4](#_Toc205331877)

[3.7 测量重复性 measurement repeatability 4](#_Toc205331878)

[3.8 重复性测量条件 measurement repeatability condition of measurement 4](#_Toc205331879)

[3.9 测量复现性 measurement reproducibility 5](#_Toc205331880)

[3.10 复现性测量条件 measurement reproducibility condition of measurement 5](#_Toc205331881)

[3.11 期间精密度测量条件 intermediate precision condition of measurement] 5](#_Toc205331882)

[3.12 方差 variance 5](#_Toc205331883)

[3.13 标准偏差 standard deviation 6](#_Toc205331884)

[3.14 实验标准偏差 experimental standard deviation 6](#_Toc205331885)

[3.15 测量误差 measurement error，error of measurement 6](#_Toc205331886)

[3.16 测量不确定度measurement uncertainty，uncertainty of measurement 6](#_Toc205331887)

[3.17 标准不确定度 standard uncertainty 7](#_Toc205331888)

[3.18 测量不确定度的A类评定 Type A evaluation of measurement uncertainty 7](#_Toc205331889)

[3.19 测量不确定度的B类评定 Type B evaluation of measurement uncertainty 7](#_Toc205331890)

[3.20 合成标准不确定度combined standard uncertainty 7](#_Toc205331891)

[3.21 相对标准不确定度 relative standard uncertainty 7](#_Toc205331892)

[3.22 扩展不确定度 expanded uncertainty 8](#_Toc205331893)

[3.23 包含区间 coverage interval] 8](#_Toc205331894)

[3.24 包含概率 coverage probability 8](#_Toc205331895)

[3.25 包含因子 coverage factor 8](#_Toc205331896)

[3.26 测量模型 measurement model 8](#_Toc205331897)

[3.27 测量函数 measurement function 8](#_Toc205331898)

[3.28 测量模型中的输入量 input quantity in a measurement model 8](#_Toc205331899)

[3.29 测量模型中的输出量 output quantity in a measurement model 9](#_Toc205331900)

[3.30 定义的不确定度 definitional uncertainty 9](#_Toc205331901)

[3.31 仪器的测量不确定度 instrumental measurement uncertainty 9](#_Toc205331902)

[3.32 零的测量不确定度 null measurement uncertainty 9](#_Toc205331903)

[3.33 不确定度汇总 uncertainty budget 9](#_Toc205331904)

[3.34 目标不确定度 target uncertainty 9](#_Toc205331905)

[3.35 自由度 degrees of freedom 9](#_Toc205331906)

[3.36 协方差 covariance 10](#_Toc205331907)

[3.37 相关系数 correlation coefficient 10](#_Toc205331908)

**[4 测量不确定度的评定方法](#_Toc205331909)** [11](#_Toc205331909)

[4.1 测量不确定度来源分析 11](#_Toc205331910)

[4.2 测量模型的建立 12](#_Toc205331911)

[4.3 标准不确定度的评定 14](#_Toc205331912)

[4.3.1 概述 14](#_Toc205331913)

[4.3.2 标准不确定度的A类评定 14](#_Toc205331914)

[4.3.3 标准不确定度的B类评定 20](#_Toc205331915)

[4.4 合成标准不确定度的计算 23](#_Toc205331916)

[4.4.1 不确定度传播律 23](#_Toc205331917)

[4.4.2 当输入量间不相关时，合成标准不确定度的计算 25](#_Toc205331918)

[4.4.3 各输入量间强正相关，可视为相关系数为1时，合成标准不确定度应按公式（38）计算： 26](#_Toc205331919)

[4.4.4 各输入量间相关时合成标准不确定度的计算 26](#_Toc205331920)

[4.4.5 合成标准不确定度的有效自由度 28](#_Toc205331921)

[4.4.6 合成标准不确定度的评定方法举例参见附录A.2。 29](#_Toc205331922)

[4.5 扩展不确定度的确定 29](#_Toc205331923)

[5 测量不确定度的报告与表示 30](#_Toc205331924)

[5.1 测量不确定度的报告 30](#_Toc205331925)

[5.2 测量不确定度的表示 31](#_Toc205331926)

[5.3 报告不确定度时的其他说明 32](#_Toc205331927)

**[6 测量不确定度的应用](#_Toc205331928)** [33](#_Toc205331928)

[6.1 测量不确定度评定适用的量 33](#_Toc205331929)

[6.2 校准证书中报告测量不确定度的要求 33](#_Toc205331930)

[6.3 实验室的校准和测量能力 33](#_Toc205331931)

[6.4 国家计量技术规范中的测量不确定度评定附录 34](#_Toc205331932)

[6.5 其他情况应用 34](#_Toc205331933)

**[附录A 测量不确定度评定方法举例](#_Toc205331934)** [35](#_Toc205331934)

[A.1 标准不确定度的B类评定方法举例 35](#_Toc205331935)

[A.2 合成标准不确定度评定方法举例 36](#_Toc205331936)

[A.3 不同类型测量时测量不确定度评定方法举例 39](#_Toc205331937)

[A.3.1 量块的校准 39](#_Toc205331938)

[A.3.2 温度计的校准 44](#_Toc205331939)

[A.3.3 基于参考标尺的硬度测量 48](#_Toc205331940)

[A.3.4 样品中所含氢氧化钾的质量分数测定 52](#_Toc205331941)

[A.3.5 工作用玻璃液体温度计的校准 54](#_Toc205331942)

[A.3.6 电阻和电抗的同时测量 56](#_Toc205331943)

**[附录B 分布在不同置信概率与自由度 时的值（值）](#_Toc205331944)** [61](#_Toc205331944)

**[附录C](#_Toc205331945)** [有关量的符号汇总 63](#_Toc205331945)

**[附录D 术语的英汉对照](#_Toc205331946)** [65](#_Toc205331946)

**引言**

本规范是对JJF1059.1—2012《测量不确定度评定与表示》的修订。

本次修订的依据是十多年来我国贯彻JJF1059.1—2012的经验以及国际标准：ISO/IEC GUIDE 98-3：2008《测量不确定度 第3部分：测量不确定度表示指南》（Uncertainty of measurement-Part 3：Guide to the expression of uncertainty in measurement）（简称GUM）。

编写格式参考了JJF1071—20xx《国家计量校准规范编写规则》的要求。

与1059.1—2012相比，主要修订内容有：

——对适用范围的表述作了微调，明确指出：本规范主要涉及有明确定义的、呈现为一组可能值的分布的被测量的测量，基于不确定度传播律评定被测量估计值相关的测量不确定度。该方法也应用于实验、测量方法、系统和其复杂部件的概念设计和理论分析中有关不确定度的评定与表示。本规范的方法（GUF法）主要适用于输入量的概率分布为对称分布、并且测量模型足够线性，输出量的概率分布可以用正态分布或*t*分布近似描述仅作为常用场合给出。当不满足上述两条件时，可考虑采用JJF1059.2—2012《用蒙特卡洛法评定测量不确定度》进行不确定度评定，或用该方法验证GUF法评定结果的适用性。验证结果一致时这类测量仍然可以使用GUF法进行不确定度评定。因此，本规范仍然是最常用和最基本的方法。

——增加了术语“量的真值”、“影响量”、“方差”和“标准偏差”及其定义。修改了部分术语的定义和/或注，主要涉及“测量结果”、“实验标准偏差”、“测量不确定度”、“扩展不确定度”、“包含区间”、“包含概率”、“测量模型”、“协方差”、“相关系数”（的注）。术语“不确定度报告”改为“不确定度汇总”。

——在原有的A类评定方法可用于测量重复性的评定的基础上，明确为也可用于被测量随时间变化或随空间分布变化等的评定。限定了2012版中平均值的实验标准偏差计算公式的适用条件，给出了通用的计算方法。

——将B类评定的标准不确定度的自由度和计算公式限定为不确定度来源的半宽度受统计数据量有限的影响时采用。

——合成标准不确定度计算中修改了对协方差估计方法的部分内容，增加了多次实验数据计算协方差估计值方法的适用性描述和采用适当方法去除相关性的示例。

——在测量不确定度的报告与表示中，当用扩展不确定度报告测量结果时，将原来的可采用四种形式改为可采用原来的前两种形式。

——第6章增加了关于适合进行测量不确定度评定的量的说明。

——附录A测量不确定度评定方法举例中，对A.1和A.2的部分示例做了调整。A.3.1量块的校准，调整了两个不确定度分量的自由度，并在注中给出不引入对测量模型的近似处理的避免相关性的通用形式变换方式的说明。A.3.2 温度计的校准，增加了避免待定系数相关性的回归方式。A.3.3基于参考标尺的硬度测量，修改了标题，和关于硬度与硬度指数（原硬度数）的表述、符号和单位表达。A.3.4样品中所含氢氧化钾的质量分数测定，相对原子质量和不确定度更新到IUPAC2023发布的数值。A.3.5工作用玻璃液体温度计的校准，修改了校准的测量模型，给出消除相关性的测量重复性引入的不确定度的计算方法。增加了示例A.3.6电阻和电抗的同时测量。

附录A的示例与数据都是被选用来说明本规范的原理的，因此不必当作实际测量的叙述，也不意味着能用来代替某项具体校准中不确定度的评定。

本规范的目的是：

——促进以充分完整的信息表示带有测量不确定度的测量结果；

——为测量结果的比较提供国际上公认一致的依据。

本规范规定的评定与表示测量不确定度的方法满足以下要求：

——适用于各种测量领域和各种准确度等级的测量。

——测量不确定度能从对测量结果有影响的不确定度分量导出，且与这些分量如何分组无关，也与这些分量如何进一步分解为下一级分量无关。

——当一个测量结果用于下一个测量时，其不确定度可作为下一个测量结果不确定度的分量。

——在诸如工业、商业及与健康或安全有关的某些领域中，往往要求提供较高概率的区间，本方法能方便地给出这样的区间及相应的包含概率。

本规范仅给出了在最常见情况下评定与表示测量不确定度的方法和简要步骤，其中的注释和举例，旨在对方法作较详细说明，以便于进一步理解和有助于实际应用。

在一些特殊情况下，本规范的方法可能不适用或规范不够具体，例如测量如何模型化、非对称分布或非线性测量模型时的不确定度评定等。此外，对于在某个特定专业领域中的应用，鼓励各专业技术委员会依据本规范制定专门的技术规范或指导书。

本规范包含四个附录，附录A“测量不确定度评定方法举例”它是资料性附录，仅作参考。附录B“*t*分布在不同概率*p*与自由度*v*时的*tp*（*v*）值（*t*值）表”和附录C“有关量的符号汇总”是规范性附录，所用的基本符号取自GUM及有关的ISO、IEC标准；附录D“术语的英汉对照”供参考。

本规范历次发布情况：

JJF1059.1—2012《测量不确定度评定与表示》

JJF1059—1998《测量不确定度评定与表示》

JJG 1027—91《测量误差及数据处理（试行）》中的第一部分“测量结果的误差评定”

**测量不确定度评定与表示技术规范**

标记说明：蓝色表示修改的内容, 橙色为1059.1-2012修改单的更正内容。最终稿不包含本段信息。

**1 范围**

测量是人类活动中最常见的过程之一。量的测得值在不同的应用领域内都是必需的，对于每一个测得值，都需要一个关于其可信度的说明。这种表述通常用测量不确定度来表示。测得值和相关不确定度的组合构成了表示测量结果的最常见方式。

本规范规定的评定与表示测量不确定度的通用方法，旨在适用于广泛的测量，促进测量不确定度评定、表达和使用方法的统一。

a）测量不确定度的重要作用体现在但不限于：

1） 测量结果比较；

2）测量值与规定限值的比较（符合性评定）；

3）建立计量溯源性；

4）应用决策规则，

5）计算风险和评估风险；

6）模型输出与实验比较；

7）评估模型的有效性；

8）设定物理量值的限制；

9）验证或发展科学理论，以及

10）不确定度从一次测量到另一次测量的传播。

b）本规范规定的通用方法，应用于各种准确度等级的测量领域，例如：

1）国家计量基准及各级计量标准的建立与量值比对；

2）标准物质的定值和标准参考数据的发布；

3）测量方法、检定规程、检定系统表、校准规范等技术文件的编制；

4）计量资质认定、计量确认、质量认证以及实验室认可中对测量结果及测量能力的表述；

5）测量仪器的校准、检定以及其他计量服务；

6）生产过程的质量保证以及产品的检验和测试；

7）科学研究、工程领域、贸易结算、医疗卫生、安全防护、环境监测、资源保护和执法等领域中的测量。

该方法也应用于实验、测量方法、复杂部件和系统的概念设计和理论分析中有关不确定度的评定与表示。

c）本规范的方法适用于有明确定义的、呈现为一组可能值的分布的被测量的测量，但主要关注可用唯一值表征的被测量的测量，基于不确定度传播律评定被测量估计值相关的测量不确定度。

至于在一个测量中涉及被测量测量模型的多个输出量的具体方法和示例，参见ISO/IEC Guide 98-3:2008/Suppl 2:2011 Uncertainty of measurement Part 3: Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM:1995) — Supplement 2: Extension to any number of output quantities。  
 注：与ISO/IEC Guide 98-3:2008/Suppl 2:2011相对应的国家计量技术规范正在制定中。

d）本规范采用基于不确定度传播律的测量不确定度评定方法，该方法要求：

1）可以假设输入量的概率分布呈对称分布；

2）测量模型在扩展不确定度范围内足够线性。

当输出量的概率分布可以用正态分布、*t*分布或其他简单分布近似描述时，容易估计扩展不确定度的包含概率。

当不能满足上述条件时，可考虑采用不依赖于上述假设的传播概率分布的模特卡洛法（简称MCM）评定测量不确定度，并可验证本规范的评定结果。MCM的使用详见JJF1059.2—2012《用蒙特卡洛法评定测量不确定度》。当用本规范的方法评定的结果得到MCM验证时，则该测量在被验证的特定条件下依然可以用本规范的方法评定测量不确定度。

**2 引用文件**

本规范引用了下列文件：

JJF1001—2011 通用计量术语及定义

GB/T 8170—2008 数值修约规则与极限数值的表示和判定

GB 3101—1993有关量、单位和符号的一般原则

GB/T 4883—2008数据的统计处理和解释 正态样本离群值的判断和处理

ISO/IEC GUIDE 98-3：2008测量不确定度 第3部分：测量不确定度表示指南（Uncertainty of measurement — Part3：Guide to the expression of uncertainty in measurement）

ISO 3534-1：2006 统计学 术语和符号第1部分：一般统计术语和概率术语（Statistics —Vocabulary and symbols — Part 1：General statistical terms and terms used in probability）对应GBT 3358.1-2009 统计学词汇及符号 第1部分：一般统计术语与用于概率的术语

凡是注日期的引用文件，仅注日期的版本适用于本规范；凡是不注日期的引用文件，其最新版本（包括所有的修改单）适用于本规范。

**3术语和定义**

规范中的计量学术语采用JJF1001—2011，它是依据国际标准ISO/IEC Guide99：2007（即VIM第三版）修订后的版本。本规范中所用的概率和统计术语基本采用国际标准ISO 3534-1：2006的术语和定义。

3.1 被测量 measurand [JJF 1001，4.7]

拟测量的量。

注：

1 对被测量的说明要求了解量的种类，以及含有该量的现象、物体或物质状态的描述，包括有关成分及化学实体。

2 在VIM第二版和IEC 60050-300：2001中，被测量曾定义为受到测量的量。

3 测量包括测量系统和实施测量的条件，它可能会改变研究中的现象、物体物质，使被测量的量可能不同于定义的被测量。在这种情况下，需要进行必要的修正。

例：

1 用内阻不够大的电压表测量时，电池两端间的电位差会降低，开路电位差可根据电池和电压表的内阻计算得到。

2 钢棒在与环境温度23℃平衡时的长度不同于拟测量的规定温度为20℃时的长度，这种情况下必须修正。

3 在化学中，“分析物”或者物质或化合物的名称有时被称作“被测量”。这种用法是错误的，因为这些术语并不涉及到量。

3.2 量的真值 true quantity value , true value of quantity [JJF 1001, 3.21，有修改]

简称真值（rue value ）

与量的定义一致的量值。

注:

1在"不确定度方法"中认为，由于定义本身细节不完善，不存在单一真值，只存在与定义一致的一组真值，然而，从原理上和实际上，这一组值是不可知的。

2在定义基本常量的这一特殊情况下，量被认为具有一个单一真值。

3当被测量的定义的不确定度与测量不确定度其他分量相比可忽略时，认为被测量具有一个"基本唯一"的真值。在GUM 和相关文件采用的方法中，"真"字被认为是多余的。

4 在实践中，被测量定义所需的细节取决于测量所需的准确度。定义应足够完整，以满足所需准确度要求，从而使得在与测量相关的所有实际用途中，其值是唯一的。正是在这种意义上，本指南中使用了“被测量的值”这一表述。

例如：如果要以微米准确度测量一根名义长度为一米的钢棒的长度，其定义的细节应包括定义长度时所处的温度和压力。因此，将被测量定义为诸如某钢棒在50°C和101325Pa（加上任何其他认为必要的定义参数，如钢棒的支撑方式）下的长度。然而，如果要以仅毫米准确度测量长度，则其定义无需包含温度、压力或任何其他定义参数的值。

3.3 影响量 influence quantity [JJF 1001,4.8]

在直接测量中不影响实际被测的量、但会影响示值与测量结果之间关系的量。

例：

1用安培计直接测量交流电流恒定幅度时的频率。

2在直接测量人体血浆中血红蛋白浓度时，胆红素的物质的量浓度。

3测量某杆长度时测微计的温度（不包括杆本身的温度，因为杆的温度可以进入被测量的定义中）。

4测量摩尔分数时，质谱仪离子源的本底压力。

注：

1间接测量涉及各直接测量的合成，每项直接测量都可能受到影响量的影响。

2在 GUM 中，"影响量"按 VIM 第二版定义，不仅覆盖影响测量系统的量（如本定义），而且包含影响实际被测量的量。另外，在 GUM 中此概念不限于直接测量。在本规范中，采用JJF 1001中定义的概念。

3.4 测量结果 measurement result，result of measurement [JJF 1001，5.1有修改]

赋予被测量的一组量值，与其它有用的相关信息。

注：

1 测量结果通常包含这组量值的“相关信息”，诸如某些可以比其他方式更能代表被测量的信息。它可以概率密度函数（PDF）的方式表示。

2. 测量结果通常表示为单个测得的量值和一个测量不确定度。对某些用途，如果认为测量不确定度可忽略不计，则测量结果可表示为单个测得的量值。在许多领域中这是表示测量结果的常用方式。

3 在传统文献和1993版VIM中，测量结果曾定义为赋予被测量的值，并按情况解释为平均示值、未修正的结果或已修正的结果。

4 定义中的一组量值是对被测量的（真）值的认识，即一次测量中获得的被测量（真）值的可能取值。

3.5 测得的量值 measured quantity value [JJF 1001，5.2有修改]

又称量的测得值 measured value of a quantity，简称测得值　measured value

代表一个测量结果的量值。

注：

1 对重复示值的测量，每个示值可提供相应的测得值。用这一组独立的测得值可计算出作为结果的测得值，如平均值或中位值，通常它附有一个已减小了的与其相关联的测量不确定度。

2 当认为代表被测量的真值范围与测量不确定度相比小得多时，量的测得值可认为是实际唯一真值的估计值，通常是通过重复测量获得的各独立测得值的平均值或中位值。

3 当认为代表被测量的真值范围与测量不确定度相比不太小时，被测量的测得值通常是一组真值的平均值或中位值的估计值。

4 在测量不确定度指南（GUM）中，对测得的量值使用的术语有“测量结果”和“被测量的值的估计”或“被测量的估计值”。

3.6 测量精密度 measurement precision [JJF 1001，5.10]

简称精密度 precision

在规定条件下，对同一或类似被测对象重复测量所得示值或测得值间的一致程度。

注：

1 测量精密度通常用不精密程度以数字形式表示，如在规定测量条件下的标准偏差、方差或变差系数。

2 规定条件可以是重复性测量条件、期间精密度测量条件或复现性测量条件。

3 测量精密度用于定义测量重复性、期间测量精密度或测量复现性。

4 术语“测量精密度”有时用于指“测量准确度”，这是错误的。

3.7 测量重复性 measurement repeatability [JJF 1001，5.13]

简称重复性 repeatability

在一组重复性测量条件下的测量精密度。

3.8 重复性测量条件 measurement repeatability condition of measurement [JJF 1001，5.14]

简称重复性条件 repeatability condition

相同测量程序、相同操作者、相同测量系统、相同操作条件和相同地点，并在短时间内对同一或相类似被测对象重复测量的一组测量条件。

注：在化学中，术语“序列内精密度测量条件”有时用于指“重复性测量条件”。

3.9 测量复现性 measurement reproducibility [JJF 1001，5.16]

简称复现性reproducibility

在复现性测量条件下的测量精密度。

3.10 复现性测量条件 measurement reproducibility condition of measurement [JJF 1001，5.15]

简称复现性条件 reproducibility condition

不同地点、不同操作者、不同测量系统，对同一或相类似被测对象重复测量的一组测量条件。

注：

1 不同的测量系统可采用不同的测量程序。

2 在给出复现性时应说明改变和未变的条件及实际改变到什么程度。

3.11 期间精密度测量条件 intermediate precision condition of measurement [JJF 1001，5.11]

简称期间精密度条件 intermediate precision condition

除了相同测量程序、相同地点，以及在一个较长时间内对同一或相类似的被测对象重复测量的一组测量条件外，还可包括涉及改变的其他条件。

注：

1 改变可包括新的校准、测量标准器、操作者和测量系统。

2 对条件的说明应包括改变和未变的条件以及实际改变到什么程度。

3 在化学中，术语“序列间精密度测量条件”有时用于指“期间精密度测量条件”。

3.12 方差 variance [GUM C.3.2，有修改]

随机变量对其期望值的偏差的平方的期望值。数学期望为、概率密度函数为的随机变量*z*的方差为：

方差的估计值可用下式计算：，

式中，，为的一组独立观测值。

注：

1 表达式中的因子 源于与之间的关联，反映了在这组{}中实际上只有个独立项。

2 测得值采用观测值的算术平均值时，相应的方差应为算术平均值的方差，而不是单个观测值的方差。随机变量可用于表征测量结果的可能值，用随机变量表征多次测量的观测值，。对的一组个独立观测值的算术平均值的方差为，均值的实验方差（方差的估计值）为

应仔细区分变量的方差与均值的方差。

3 上式对统计学中的数学期望为常数的随机变量严格成立。将该随机变量用于表征测量结果的可能值时，不仅意味着默认被测量为常量，也默认测量仪器和其他测量条件对测量结果的影响是随机的，而没有系统性漂移。不符合默认假设时，应用上式会造成结果的低估。

3.13 标准偏差 standard deviation [GUM C.3.3，有修改]

简称标准差

随机量的方差的算术平方根，反映随机个体间相对于期望的平均离散程度。

注：A类评定获得的标准不确定度是通过统计评估方差的平方根得到的，而用B类评定方法确定标准不确定度时，通常更方便的方法是先评估非统计等效标准偏差，然后通过对标准偏差的平方来获得等效方差。

3.14 实验标准偏差 experimental standard deviation [JJF 1001，5.17有修改]

简称实验标准差

对同一被测量或同一被测对象的同种类量，多次测量的观测值间相对于期望估计值的平均离散程度。是标准偏差的估计值。用符号*s*表示。

注：

1 在统计学中又称样本标准偏差。

2 对同一被测量的次独立测量中，某单个观测值的实验标准偏差*s*()可按贝塞尔公式计算：

式中：

——第*j*次测量的观测值；

—— 次独立测量所得一组观测值的算术平均值；

——独立测量次数。

3 次独立测量的算术平均值的实验标准偏差可用下式计算：

上式的适用条件和应注意的问题见3.14的注3。

3.15 测量误差 measurement error，error of measurement [JJF 1001，5.3]

简称误差 error

测得的量值减去参考量值。

注：

1 测量误差的概念在以下两种情况下均可使用：

①当涉及存在单个参考量值，如用测得值的测量不确定度可忽略的测量标准进行校准，或约定量值给定时，测量误差是已知的；

②假设被测量使用唯一的真值或范围可忽略的一组真值表征时，测量误差是未知的。

2 测量误差不应与出现的错误或过失相混淆。

3.16 测量不确定度measurement uncertainty，uncertainty of measurement [JJF 1001，5.18有修改]

简称不确定度uncertainty

根据所用到的信息，表征赋予被测量的值的分散性的非负参数。

注：

1 定义中的“赋予被测量的值( the quantity values being attributed to a measurand)”是对被测量的（真）值的认识，即被测量（真）值的一组可能取值；“分散度”指这组可能取值的分散程度，即不确定程度。被测量的值，即为被测量真值的概念，见3.2量的真值 的注3。

2 测量不确定度包括由系统效应引起的分量，如与测量标准的修正量和赋予测量标准的量值有关的分量，及定义的不确定度。有时对估计的系统影响未作修正，而是当作不确定度分量处理。

3 此参数可以是诸如称为标准测量不确定度的标准偏差（或其特定倍数），或是说明了包含概率的区间半宽度。

4 测量不确定度一般由若干分量组成。其中一些分量可根据一系列测量值的统计分布，按测量不确定度的A类评定进行评定，并可用标准偏差表征。而其他分量则可根据基于经验或其它信息获得的概率密度函数，按测量不确定度的B类评定进行评定，也可用标准偏差表征。

5 通常，对于一组给定的信息，测量不确定度是相应于所赋予被测量的值的。该值的改变将导致相应的不确定度的改变。

6 本定义是按2008版VIM给出，而在GUM中的定义（等同1993版VIM中的定义）是：表征合理地赋予被测量之值的分散性，与测量结果相联系的参数。

3.17 标准不确定度 standard uncertainty [JJF 1001，5.19]

全称标准测量不确定度standard measurement uncertainty，standard uncertainty of measurement

以标准偏差表示的测量不确定度。

3.18 测量不确定度的A类评定 Type A evaluation of measurement uncertainty [JJF 1001，5.20]

简称A类评定Type A evaluation

对在规定测量条件下测得的量值用统计分析的方法进行的测量不确定度分量的评定。

注：规定测量条件是指重复性测量条件、期间精密度测量条件或复现性测量条件。

3.19 测量不确定度的B类评定 Type B evaluation of measurement uncertainty [JJF 1001，5.21]

简称B类评定 Type B evaluation

用不同于测量不确定度A类评定的方法进行的测量不确定度分量的评定。

例：评定基于以下信息：

——权威机构发布的量值；

——有证标准物质的量值；

——校准证书；

——仪器的漂移；

——经检定的测量仪器的准确度等级；

——根据人员经验推断的极限值等。

3.20 合成标准不确定度combined standard uncertainty [JJF 1001，5.22]

全称合成标准测量不确定度 combined standard measurement uncertainty

由在一个测量模型中各输入量的标准测量不确定度获得的输出量的标准测量不确定度。

注：在测量模型中的输入量相关的情况下，当计算合成标准不确定度时必须考虑协方差。

3.21 相对标准不确定度 relative standard uncertainty [JJF 1001，5.23]

全称相对标准测量不确定度 relative standard measurement uncertainty

标准不确定度除以测得值的绝对值。

3.22 扩展不确定度 expanded uncertainty [JJF 1001，5.27 有修改]

全称扩展测量不确定度 expanded measurement uncertainty

合成标准不确定度与一个大于1的数值因子的乘积。

注：

1 该因子取决于测量模型中输出量的概率分布类型及所选取的包含概率。

2 本定义中术语“因子”是指包含因子。

3.23 包含区间 coverage interval [JJF 1001，5.28 有修改]

基于可获得的信息，以说明的概率包含赋予被测量的全部可能值的区间。

注：

1 包含区间不必以所选的测得值为中心。

2 由测得值和相关的扩展测量不确定度可导出包含区间。

3.24 包含概率 coverage probability [JJF 1001，5.29有修改]

赋予被测量的全部可能值包含在包含区间内的概率。

3.25 包含因子 coverage factor [JJF 1001，5.30]

为获得扩展不确定度，对合成标准不确定度所乘的大于1的数。

注：包含因子通常用符号*k*表示。

3.26 测量模型 measurement model [JJF 1001，5.31有修改]

简称模型 model

测量中已知涉及的所有量之间的数学关系。

注：

1 测量模型的通用形式是方程：，其中测量模型中的输出量是被测量，其量值由测量模型中输入量，…，的有关信息推导得到。

2 在有两个或多个输出量的较复杂情况下，测量模型包含一个以上的方程。

3.27 测量函数 measurement function [JJF 1001，5.32 有修改]

测量模型中输出量的函数，由输入量的已知量值计算得到的值是其测得值。

注：

1 如果测量模型可明确写成，其中是测量模型中的输出量，则函数是测量函数。更一般地说，表示一种算法，一组输入量值，...，，对应唯一的输出量值。

2 测量函数也用于计算测得值相关的测量不确定度。

3.28 测量模型中的输入量 input quantity in a measurement model [JJF 1001，5.33 有修改]

简称输入量 input quantity

为计算被测量的测得值，必须测量的或可用其它方式获得量值的量。

例：当被测量是在规定温度下某钢棒的长度时，则实际温度、在实际温度下的长度以及该棒的线热膨胀系数为测量模型中的输入量。

注：

1 测量模型中的输入量往往是某个测量系统的输出量。

2 示值、修正值和影响量可以是测量模型中的输入量。

3.29 测量模型中的输出量 output quantity in a measurement model [JJF 1001，5.34]

简称输出量 output quantity

用测量模型中输入量的值计算得到的测得值的量。

3.30 定义的不确定度 definitional uncertainty [JJF 1001，5.24 有修改]

被测量定义的细节不充分所引起的测量不确定度分量。

注：

1 定义的不确定度是在任何给定被测量的测量中实际可达到的最小测量不确定度。

2 所描述细节中的任何改变导致另一个定义的不确定度。

3.31 仪器的测量不确定度 instrumental measurement uncertainty [JJF 1001，7.24 有修改]

由所用测量仪器或测量系统引起的测量不确定度的分量。

注：

1 除原级测量标准采用其他方法外，仪器的不确定度通过对测量仪器或测量系统校准得到。

2 仪器的不确定度用于测量不确定度的B类评定。

3 仪器的测量不确定度的有关信息可在仪器说明书中给出。

3.32 零的测量不确定度 null measurement uncertainty [JJF 1001，7.25 有修改]

测得值为零时的测量不确定度。

注：

1 零的测量不确定度与零位或接近零的示值有关，它包含被测量小到不知是否能检测的区间或仅由于噪声引起的测量仪器的示值区间。

2 零的测量不确定度的概念也用于对样品与空白的差值测量。

3.33 不确定度汇总 uncertainty budget [JJF 1001，5.25 有修改]

又称不确定度报告

对测量不确定度的陈述，包括测量不确定度的分量及其计算和合成。

注：

1 不确定度汇总应该包括测量模型、测量模型中各量的估计值和相关的测量不确定度、协方差、所用的概率密度函数的类型、自由度、测量不确定度的评定类型和包含因子。

2 其中，测量模型之外的信息常采用汇总表的形式给出。

3.34 目标不确定度 target uncertainty [JJF 1001，5.26]

全称目标测量不确定度 target measurement uncertainty

根据测量结果的预期用途，规定作为上限的测量不确定度。

3.35 自由度 degrees of freedom

在方差的计算中，和的项数减去对和的限制数。

注：

1 在重复性条件下，用次独立测量确定一个被测量时，所得的样本方差为，其中为残差:，，…，。和的项数即为残差的个数，因，和的限制数为1。由此可得自由度。

2 最小二乘法中，用测量所得的组数据确定个被测量时，自由度。如果另有个约束条件，则自由度。

3 自由度表征了相应实验标准偏差的可靠程度。用贝塞尔公式估计实验标准偏差时，的相对标准偏差为：σ。若测量次数为9，则，表明估计的的可靠程度为75%。

4 合成标准不确定度的自由度，称为有效自由度，表征合成标准不确定度的可靠程度，可用于获得包含因子以确定扩展不确定度。

3.36 协方差 covariance

协方差是两个随机变量相互依赖性的度量，用符号或表示：

注：

１在应用于测量时，随机变量既可用于对一个测量结果的可能取值之间离散程度的模型化表征，也可用于对多次测量获得的测得值之间离散程度的模型化表征。但协方差和相关系数在这两种情况下的概念有所不同。通过对两个量的多次测量的测得值获得的协方差和相关系数，并不一定能代表对两个量(单次测量)测得值的协方差和相关系数。后者不能体现或者不能完全体现这两个量的测量中，在狭义测量过程之外的因素引起的协方差和相关系数。

2 当*X*和*Y*各自的一个测量结果中的可能取值之间的变化可用这两个量在多次测量中各自的一组测得值之间的变化代表时，*X*和*Y*的一对测得值的协方差的估计值用表示：

式中：

，

3 如果注1中多次测量所处的实验条件（包括其变化程度）与一个测量结果的实验条件不同，将意味着两个不同的相关系数。

4 测量过程之外的因素（例如所用测量仪器的溯源链中引入的不确定度）导致的协方差，无法通过多次测量的统计方法获得其估计值。

3.37 相关系数 correlation coefficient

相关系数是两个随机变量之间相互依赖性的度量，它等于两个变量间的协方差除以各自方差之积的正平方根，用符号表示

注：

1 相关系数是一个[-1，+1]间的纯数。

2 对于多变量概率分布，通常给出相关系数矩阵，该矩阵的主对角线元素为1。

3 当可用多次测量的统计方法获得协方差的估计值、实验标准偏差和时，相关系数的估计值用表示：

**4 测量不确定度的评定方法**

本规范对测量不确定度的评定的方法简称GUF法。用GUF法评定测量不确定度的一般流程见图1。

注：GUF方法，在JJF1059.1-2012中曾称为GUM方法，是基于不确定度传播律的测量不确定度评定方法。

分析不确定度来源和建立测量模型

评定标准不确定度

计算合成标准不确定度

确定扩展不确定度 或

报告测量结果

图1 用GUF法评定不确定度的一般流程

4.1 测量不确定度来源分析

4.1.1 由测量所得的测得值只是被测量的估计值，测量过程中的随机效应及系统效应均会导致测量不确定度。对已认识的系统效应进行修正后的测得值仍然只是被测量的一个估计值，还存在由随机效应和系统效应和或由于对系统效应的影响修正不完善导致的不确定度。某个、某些或全体系统效应中的随机表现也是随机效应。因此，不确定度评定方法上所作的A类评定、B类评定的分类与产生不确定度的原因无确定联系，不能称为随机不确定度和系统不确定度。

4.1.2 在实际测量中，有许多可能导致测量不确定度的来源，包括：

a）被测量的定义不完整；

b）被测量定义的复现不理想；

c）取样的代表性不够，即被测样本可能不完全代表所定义的被测量；

d）对测量受环境条件影响的认识不足或对环境条件的测量不完善；

e）模拟式仪器的人员读数偏移；

f）测量仪器的计量性能（如最大允许误差、灵敏度、鉴别力、分辨力、死区及稳定性等）的局限性，即导致仪器的不确定度；

g）测量标准或标准物质的标准值不完全准确；

h）引用不完全准确的常数或其他参数值；

i）测量方法和测量程序中的近似和假设；

j）在近乎相同条件下，被测量重复观测值的变化。

测量不确定度的来源必须根据实际测量情况进行具体分析。分析时，除了定义的不确定度外，可从测量仪器、测量环境、测量人员、测量方法等方面全面考虑，特别要注意对测量结果影响较大的不确定度来源，应尽量做到不遗漏、不重复。

4.1.3 修正仅仅是对系统误差的补偿，修正值有不确定度。在评定已修正的被测量的估计值的测量不确定度时，要考虑修正不完善引入的不确定度。只有当修正值的不确定度较小，且对合成标准不确定度的贡献可忽略不计的情况下，才可不予考虑。

4.1.4 测量中的失误或突发因素不属于测量不确定度的来源。尽管测得值中的离群值（异常值）可通过对数据的适当检验后进行剔除，但严谨的测量不确定度评定应对离群值为失误或突发因素所致做分析确认。

注：离群值的判断和处理方法可见GB/T 4883—2008 《数据的统计处理和解释 正态样本离群值的判断和处理》。

4.2 测量模型的建立

4.2.1 在大多数测量中，被测量*Y*不是直接测量的，而是由*N*个其他量通过函数来确定的，即：

（1）

式中大写字母表示量的符号，为测量函数。

当被测量难以用显函数表达时，可能只能写成隐含数形式的测量模型。以下在不强调测量函数时，将二者统称为测量模型，被测量也称输出量，称输入量。

设输入量的估计值为，被测量的估计值为，则测量模型可写成公式（2）的形式：

（2）

测量模型与测量方法有关。

注：

1 为不引入过多符号或下标，本规范对实际量（被测量）和表示观测该实际量的可能结果的随机变量（见4.3.3.1）使用相同的符号。当声明具有特定的概率分布时，符号用于后一种意义；假定实际量本身可以用一个本质上唯一的值来表征（见1 c）和3.2）。

2 在一系列观测中，的第个观测值用表示；如果第个输入量是电阻，其符号为，则可表示为，该电阻的第个观测值用表示。

3 的估计值（严格地说，是量一组可能值的期望的估计值）用表示。估计值可以是数值，也可以视为函数，反映不同量值时的估计。

4 严格地说，公式（1）是测量模型，公式（2）是测量模型的应用，用于输出量估计值的计算。类似地，为简化表述，公式（2）中的输出量的估计值常简称输出量，输入量的估计值常简称输入量，但应注意用词输入量或输出量在不同应用场合所表达的细微概念差异。输入量的估计值也可简称输入估计值，输出量的估计值也可简称输出估计值。

例：一个随温度变化的电阻器两端的电压为*V*，在温度为时的电阻为，电阻器的温度系数为*α*，则电阻器的耗散功率*P*（被测量）取决于*V*，，*α* 和*t*，即测量模型为：

用其他方法测量耗散功率时，可能有不同的测量模型。

4.2.2 输出量*Y*的每个输入量本身可看作为被测量，而它们自身又可能取决于其他量，也包括对各种系统效应的修正值或修正因子，从而导致一个复杂的函数关系，甚至难以用显函数表达。

注：尽管如此，式(1)可能像 一样简单。例如，这个表达式是对同一量*X*的两次测量的比较所作的建模。

4.2.3测量模型一般根据测量原理确定。其中，在某些对测量有影响的量难以用测量原理写出与被测量的函数关系的情况下，这部分可用实验方法确定（如用实验方法计算输出量对该量的灵敏系数），部分地采用经验模型，或仅以必需的数值算法形式给出。采用长期积累的数据，且所用数据用核查标准和控制图的方法表明其测量过程始终处于统计控制状态时，有助于模型的建立。

注：测量模型的建立的详细参见ISO/IEC Guide98-6 2021，相应的国家计量技术规范（JJF 1059.x）正在制定中。

4.2.4 如果数据表明测量函数未能将测量过程模型化至测量所要求的准确度，则可能需要在测量模型中引入附加输入量，以改善对影响被测量的现象的不完备认知。例如，在4.2.1的电阻器耗散功率*P*的测量模型中，可能需要额外增加输入量来反映已知的横跨电阻器的不均匀温度分布，可能的非线性电阻温度系数，或者电阻对气压的可能依赖。

4.2.5 测量模型中输入量可以是：

a）量值和不确定度由当前测量直接确定的量。这些量值及其不确定度可以由单次观测、重复观测或根据经验估计得到，并可包含对测量仪器示值（或读数）的修正值和对诸如环境温度、大气压力、湿度等影响量或修正项。

b）量值和不确定度采用外部来源的量。如已校准的计量标准或有证标准物质的量，以及由手册查得的参考数据等。

4.2.6在分析测量不确定度时，测量模型中的每个输入量的不确定度均是输出量的不确定度的来源。

4.2.7本规范中的不确定度传播律公式适用于测量模型在测量点的扩展不确定度为半宽的范围内充分线性的情况。如果测量函数在该范围内存在明显非线性，可以考虑在合成标准不确定度计算公式中引入对应于该函数泰勒级数展开中的主要高阶项的解决方案的可能性。

4.2.8 被测量*Y*的估计值*y*有公式（3）和公式（4）两种计算方法：

a）计算方法一

（3）

式中，*y*是取*Y*的*n*次独立测量得到的观测值的算术平均值，其每个观测值的不确定度相同，且每个都是根据同时获得的*N*个输入量的一组完整的观测值计算的。

b）计算方法二

（4）

式中，，它是第*i*个输入量的*n*次独立观测所得的一组观测值的算术平均值。这一方法的实质是将对各输入量的多次观测所得的估计值直接代入测量函数计算输出量*Y*的估计值*y*。

当*f*是输入量的线性函数时，以上两种方法的计算结果相同。但当*f*是的非线性函数时，采用公式（3）的计算方法更准确，或者说更普适。

4.3 标准不确定度的评定

4.3.1 概述

4.3.1.1测量不确定度一般由若干分量组成，每个分量用标准不确定度（即概率分布的标准偏差或其估计值）表征。标准不确定度分量用表示。根据对输入量的一系列观测值得到实验标准偏差（标准偏差的估计值）的方法为A类评定，根据有关信息估计的先验概率分布得到标准偏差的方法为B类评定。尽管在形式上，标准不确定度分量的A类评价建立在频率分布的基础上，而B类评定建立在先验分布的基础上，但应该认识到，无论那种情况，这些分布都是用来表示我们认知的一种细化的模型。

4.3.1.2 在识别不确定度来源后，对不确定度各个分量对输出量不确定度的贡献作一个预估是必要的，测量不确定度评定的重点应放在识别并评定那些重要的、占支配地位的分量上。

4.3.1.3 以下标准不确定度的A类评定和B类评定方法中，不再强调标准不确定度是否为一个分量，被评定的量即适用于输入量也适用于被测量（测量模型输出量）。

4.3.2 标准不确定度的A类评定

A类评定常用于测量重复性或复现（realization）的重复性引入的标准不确定度评定，但也可用于环境影响、均匀性影响等导致的测得值或观测值的分散性引入的标准不确定度的评定。

注：对于多次测量获得的一组测得值所做的A类评定，可直接采用多次测量的观测值替代测得值，而无需进行观测值到测得值之间的共同的系统效应的修正。此时，不进行共同的系统效应的修正，并不影响A类评定的结果。但这组观测值应包含使其具有可比性的必要的修正。

4.3.2.1 计算实验标准偏差的贝塞尔公式法

在大多数情况下，对一个量的多次测量结果可视为随机变化的量，在相同的测量条件下获得了个独立观测值，其期望值的最佳估计是个观测值的算术平均值 :

（5）

由于随机效应或影响量的随机变化，这组观测值的值会各自不同。观测值的实验方差（对的概率分布的方差的估计）由式（6）给出

（6）

实验标准偏差是方差估计的算术平方根，表征了这组观测值的可变性，或者更具体地说，它们对其算术平均值的离散程度。

（7）

4.3.2.2 一组观测数据的实验标准偏差

1. 通用方法和流程

在对同一量（输入量或输出量）独立观测*n*次，得到*n*个观测值，量*X*的估计值是这*n*个观测值的算术平均值，按公式（8）计算：

（8）

单个观测值的实验方差，按公式（9）计算：

（9）

单个观测值的实验标准偏差，采用贝塞尔公式按公式（10）计算：

（10）

标准不确定度的A类评定的一般流程见图2。

对量*X*进行*n*次独立观测得到一系列观测值

计算量的估计值

计算实验标准偏差

A类评定的标准不确定度

图2 标准不确定度的A类评定流程图

类似地，诸如均匀性和其他影响量变化引入的标准不确定度的A类评定也可采用上述方法。

在有些应用中，为方便起见，将上式中对应的 或 称为A类方差，将称为A类标准不确定度，以同时给出所用评定方法的信息。本规范不推荐这种用法。A类和B类不意味着测量不确定度来源的类别或测量不确定度的属性。

b）单次观测值的测量重复性引入的标准不确定度

被测量重复观测值的变化通常是必须考虑的一项测量不确定度来源。

量的单次观测值的测量重复性引入的标准不确定度，可根据相应条件下多次独立观测结果，采用A类评定方法，按公式（11）计算。以A类评定方法获得的标准不确定度的自由度为实验标准偏差的自由度，即。实验标准偏差表征了观测值的分散性的统计平均水平。

（11）

对测量重复性的评定而言，希望有较充分的重复次数，而且每个观测值一般应分别经由完整的测量过程所获得。

注：

1 在重复测量中，*n*次独立观测值中的“独立”，不是指测量原理或测量方法的独立，而是指每次测量过程的完整性。当确信观测值的一致性与完整测量过程的某些环节无关时，可不重复这部分测量操作环节。

2 观测值通常指测量仪器示值（或读数值），不必进行对一组示值的共同的修正，但应包含使这组示值对应于相同测量条件的修正。可以将进行全部必要修正后的测得值视为一个测量的观测值。

c）观测数据平均值的测量重复性引入的标准不确定度

许多要求较高的测量常采用一组重复独立观测值的平均值作为对量的估计值。

平均值的实验标准偏差的通用计算方法，依然采用与公式（10）的形式，将多次重复测量中获得的各平均值（）代入贝塞尔公式。自由度为。

（12）

上述方法耗时较多。当有证据表明测量仪器随时间的漂移、环境条件或其他测量条件变化的影响可忽略时，则平均值的实验标准偏差可用对一组重复独立观测值的（单次测量）实验标准偏差以下式计算。其自由度与的自由度相同。

（13）

上式假设或默认假设了在多次获取平均值的过程中，观测值之间的分散性由测量中的随机效应所致，且没有随时间或环境条件的宏观变化趋势，因而，观测值的随机性可用恒定期望的随机函数表示。当这一应用前提条件不满足时，其计算的平均值的实验标准偏差（反映重复性）被低估。不能确信测量结果受宏观漂移的影响相对于可忽略时，当取很大数值时，应用上式的风险较大。实际情况中，存在大于的可能性。

4.3.2.3 采用合并样本标准偏差获得较高自由度

自由度较小时，实验标准偏差的可靠性随着其自由度（）的下降而显著降低，而测量中采用较高的测量次数，往往意味着付出较大的测量成本。合理利用合并样本，可在不增加本次测量成本的前提下，获得显著增加自由度的标准偏差估计值。这种方法可用于检定、校准或检测等测量情况中所用计量标准或测量系统在相同测量条件下、采用同一测量程序时的实验标准偏差的确定，结果作为该测量系统的测量重复性引入的标准不确定度。

a）利用核查实验历史数据的合并样本

对一个采用规定测量程序的计量标准或测量系统，如果采用核查标准和统计控制图的方法确认每次测量结果总是处于统计控制状态，可利用或结合以往核查实验获得的实验标准偏差获得自由度更高的合并样本标准偏差。

若每次核查时的测量次数为（自由度为），每次核查时的实验标准偏差为，共核查次，则统计控制下的测量过程的A类评定的标准不确定度可以用合并样本实验标准偏差表征。单次测量的实验标准偏差按公式（14）计算：

（14）

若每次核查的自由度相等（即每次核查时测量次数相同），则合并样本标准偏差按公式（15）计算：

（15）

式中：

——合并样本标准偏差，是该测量系统实验标准偏差的长期统计平均值；

——第*j*次核查时的实验标准偏差；

——核查次数。

公式（15）给出的的自由度为。

在过程参数已知的情况下，由该测量过程对量在同一条件下进行次重复独立观测，以算术平均值为估计值，其A类评定的标准不确定度按公式（16）计算：

（16）

在以后的测量中，只要测量过程受控，则由公式（16）可以确定测量任意次时被测量估计值的A类评定的标准不确定度。若只测一次，则，此时的自由度仍为合并样本标准偏差的自由度。

b）利用规范化的常规检定、校准或检测数据的合并样本

例如，使用同一个计量标准或测量系统在相同条件下检定（或检测）示值基本相同的一组同类被测件的被测量（也包括检定校准要建议的被测仪器示值与标准值的关系）时，可以用每个被测检的一组测得值作为一个子样本，计算该组被测件各子样本的合并样本标准偏差，用于表征该测量系统在上述检定（或检测）中的单次测量测量重复性。

若对每个被测件的被测量在相同条件下进行次独立测量，测得值为，其平均值为，若有*m*个被测件，则有*m*组这样的测得值，可按公式（17）计算单个测得值的合并样本标准偏差：

（17）

式中：

*i*——组号，*i*=1，2，…，*m*

*j*——每组中的测量序号，*j*=1，2，…，*n*

公式（17）给出的，其自由度为。

若对每个被测件已分别按*n*次重复测量算出了其实验标准偏差，则*m*组测得值的合并样本标准偏差可按公式（18）计算：

（18）

当实验标准偏差的自由度均为时，公式（18）给出的的自由度为。

若对个被测量分别重复测量的次数不完全相同，设各次数为，自由度，而的实验标准偏差的自由度为，通过个与可得，按公式（19）计算：

（19）

公式（19）给出的的自由度为。

4.3.2.4 预评估测量重复性

在日常开展同一类被测件的常规检定、校准或检测等测量工作中，如果测量系统稳定，测量重复性无明显变化，则可用该测量系统以与测量被测件相同的测量程序、操作者、操作条件和地点，预先对典型的被测件的典型被测量值进行*n*次测量（为抑制测量引起结果的随机性，一般*n*不小于10），由贝塞尔公式计算出单个测得值的实验标准偏差，即测量重复性。在对某个被测件实际测量时可以只测量次（大于1且远小于*n*），并以次独立测量的算术平均值作为被测量的估计值，则该被测量估计值由于重复性导致的A类评定的标准不确定度按公式（20）计算：

（20）

用这种方法评定的标准不确定度的自由度仍为。应注意，当怀疑测量重复性有变化时，应及时重新测量和计算实验标准偏差。

4.3.2.5 不同于测量重复性概念的几种特殊情况

平均值的实验标准偏差的计算方法需要考虑不确定度来源的性质。当被平均的观测数据的分散性反映的被测对象的量值的随时间或空间的变化时，不能采用4.3.2.2 c）的计算方法。这种分散性反映了被测量本身特性，不会因多次测量而被抑制。以下是几种典型情况。

a）对反映被测量随时间变化的分散性的一组观测数据的平均

对多次连续观测数据的分散性反映被测量随时间的变化时，平均值的实验标准偏差与单次观测值的实验标准偏差在概念上没有本质差异，可将单次观测值的实验标准偏差视为平均值的实验标准偏差。该被测量的一组不同量值的平均值，其实验标准偏差的计算使用下式：

（21）

此时，如果多次取平均，相当于以合并样本方式增大样本，增加了样本实验标准偏差（或合并样本标准偏差）的自由度。

例如，在一个时间段内多次观测电压源的电压波动或流量标准装置输出的瞬时流量的稳定性的评估。

b）对反映不同被测对象或同一被测对象内空间不同位置的被测量分散性的一组观测数据的平均

被测量为。对不同被测对象或同一被测对象不同空间位置的一组不同量值但稳定的被测量各一次观测值的平均值，其实验标准偏差的计算使用下式：

（22）

其形式与式（4.3.2.5-3 21）相同。此时，或反映希望具有唯一取值的被测量在不同空间的均匀程度。的量值范围用其估计值和实验标准偏差表示。对某些标准物质的样本间或样本内的均匀性的评估属于这种情况。

c）空间分布测量与重复测量的组合

对上述被测量的一组不同但稳定的被测量的次重复观测值的平均值，其实验标准偏差包括被测量的表示均匀程度的标准偏差和表示测量重复性的标准偏差两部分的贡献。

其中，反映均匀程度的实验标准偏差：

（23）

反映测量重复性的实验标准偏差在满足式（13）的适用条件下：

（24）

注：这里采用嵌套下标的替代，以更明确地表示实验标准偏差是对下标变量的。类似地，平均值也是对而言的。

平均值的实验标准偏差：

（25）

注：在实际应用中，不同概念的实验标准偏差应用文字明确说明。不受其他限制时，应采用不同符号，以便区分概念。

例如：均匀性的实验标准偏差采用符号，则

测量重复性的实验标准偏差采用符号，则

平均值的实验标准偏差：

这时，可以方便地对同一量值符号用和表示两种实验标准偏差的概念。

反映被测量均匀性的一组值的平均值的实验标准偏差直接采用贝塞尔公式计算用计算。观测数据的分散性反映被测量特性时，4.3.2.2中的式（12）和式（13）不适用。但对的次重复观测值的分散性反映测量随机误差的贡献而不是被测量的特性，计算时式（12）和/或式（13）适用。

注：一个量是否为被测量取决于具体测量和应用。例如，被测目标为电压源，被测量电压的波动属于被测量的特性。但当该电压源用于两个电压表的比较测量时，电压波动是影响比较测量的随机效应。

4.3.2.6 当输入量的估计值是由实验数据用最小二乘法拟合的曲线上得到时，曲线上任何一点和表征曲线拟合参数的标准不确定度，可用有关的统计程序评定。

4.3.2.7 A类评定时应针对该不确定度来源的随机效应制定方案获取统计样本，使得样本集能充分反映随机效应影响的大小。

例如：

1 若被测量是一批材料的某一特性，A类评定时应该在这批材料中抽取足够多的样品进行测量，以便把不同样品间可能存在的随机差异导致的不确定度分量反映出来。

2 若测量仪器的调零是测量程序的一部分，获得A类评定的数据时应注意每次测量要重新调零，以便计入每次调零的随机变化导致的不确定度分量。

3 通过直径的测量计算圆的面积时，在直径的多次测量中，应选取不同的方向测量，通常选取均匀分布的不同方向。用于计算圆面积时，平均直径应采用直径的方均根计算。注意，此时的“随机效应”包含被测量“直径”的特性，参见4.3.2.5。

4 在一个指针式气压表上重复多次读取示值时，每次把气压表扰动一下，然后让它恢复到平衡状态后再进行读数，有利于减小机械系统阻尼对示值的影响。

4.3.3 标准不确定度的B类评定

4.3.3.1 B类评定的方法是根据有关的信息或经验，确定一个输入量的可能值区间[*a ，+a*]；合理假设该量的概率分布；根据概率分布和要求的概率*p*确定*k*；则B类评定的标准不确定度可由公式（26）得到：

（26）

式中：

*a*——量的可能值区间的半宽度。

注：根据概率分布获得的*k*称置信因子，当*k*为扩展不确定度的倍乘因子时称包含因子。

标准不确定度的B类评定的一般流程见图3。

确定区间的半宽度 *a*

假设量的概率分布

确定*k*

计算标准不确定度

图3 标准不确定度的B类评定流程图

4.3.3.2 B类评定依据的数据来源可能包含：

a）以前的测量数据；

b）对所用材料和测量仪器特性的了解和经验；

c）生产厂提供的技术指标；

d）校准证书、检定证书或其他证书提供的数据；

e）手册或某些资料给出的赋予参考数据的不确定度信息；

f）检定规程、校准规范或测试标准文本中给出的数据；

g）其他有用的信息。

例如：

1 生产厂提供的测量仪器的最大允许误差为±*Δ*，并经计量部门检定合格，则评定仪器的不确定度时，可能值区间的半宽度为：*a* =*Δ*；

2 校准证书提供的校准值，给出了其扩展不确定度为*U*，则区间的半宽度为：*a* =*U*；

3 由手册查出所用的参考数据，其误差限为±Δ，则区间的半宽度*a* =Δ；

4 由有关资料查得某参数的最小可能值为*a*-和最大值为*a*+，估计值为该区间的中点，则区间半宽度可估计为：*a* =（*a*+－*a*-）/2

5 当测量仪器或实物量具给出准确度等级时，可以按检定规程规定的该等级的最大允许误差得到对应区间的半宽度；

6 必要时，可根据经验推断某量值不会超出的范围，或用实验方法来估计可能的区间。

4.3.3.3 *k*的确定方法

a）已知扩展不确定度是合成标准不确定度的若干倍时，该倍数就是包含因子*k*。

b）假设为正态分布时，根据要求的概率查表2得到*k*。

表2 正态分布情况下概率*p*与置信因子*k*间的关系

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *p* | 0.50 | 0.68 | 0.90 | 0.95 | 0.9545 | 0.99 | 0.9973 |
| *k* | 0.6745 | 1 | 1.645 | 1.960 | 2 | 2.576 | 3 |

c）假设为非正态分布时，根据概率分布查表3得到*k*。

表3 常用非正态分布时的置信因子*k*及B类评定的标准不确定度

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 分布类型 |  |  |  |
| 三角 | 100 |  |  |
| 梯形 | 100 |  |  |
| 均匀（矩形） | 100 |  |  |
| 反正弦 | 100 |  |  |
| 两点 | 100 | 1 |  |

注：表3中为梯形的上底与下底之比，对于梯形分布来说，。当等于1时，梯形分布变为矩形分布；当等于0时，变为三角分布；当等于0.71时，，。

4.3.3.4 概率分布按以下不同情况选取

a）测量结果受许多随机效应或相互独立的系统效应的影响，当它们当中的多个主要影响（对输出量的影响）的量值接近时，不论各影响的概率分布是什么形式，测量结果近似正态分布。

b）如果有证书或报告给出的不确定度是具有包含概率为0.95、0.99的扩展不确定度（即给出、），此时除非另有具体说明(如给出的*k*值)，可按正态分布来评定。

c）当利用有关信息或经验估计出测量结果可能值区间的上限和下限，其值在区间外的可能几乎为零时，若测量结果落在该区间内的任意值处的可能性相同，则为均匀分布（或称矩形分布、等概率分布）；若测量结果落在该区间中心的可能性最大，则可假设为三角分布；若落在该区间中心区域的可能性最小，而落在该区间上限和下限的可能性趋于最大，则可假设为反正弦分布。

d）已知测量结果的分布是两个不同大小的均匀分布的综合影响为梯形分布。两个大小相同的均匀分布的综合影响为三角分布。

e）对测量结果的可能值落在已知区间内的情况缺乏了解时，一般假设为均匀分布。

f）实际工作中，可依据同行专家的研究结果或经验来假设概率分布。

注：

1 由测量仪器最大允许误差、数据修约或数字显示分辨力、参考数据的误差限、度盘或齿轮的回差、平衡指示器调零不准、测量仪器的滞后或摩擦效应导致的不确定度，在缺乏进一步信息时通常将分布假设为均匀分布；

2 两相同均匀分布的合成（例如、两个相同均匀分布的独立随机变量之和或差）服从三角分布；

3 度盘偏心引起的测角不确定度、正弦振动引起的位移不确定度、无线电测量中失配引起的不确定度、随时间正弦或余弦变化的温度不确定度，一般将分布假设为反正弦分布（即U形分布）；

4 当测量结果受服从均匀分布的角度*α*的影响呈1-cos*α*的关系时，角度导致的不确定度、安装或调整测量仪器的水平或垂直状态导致的不确定度，常将分布假设为投影分布。

例：

若数字显示器的显示分辨力为，由显示分辨力导致的标准不确定度采用B类评定，则区间半宽度为/2，假设可能值在区间内为均匀分布，查表得，因此由显示分辨力导致的标准不确定度为：

4.3.3.5 B类评定的标准不确定度的自由度

对受随机效应或系统效应影响的量，当其分布的区间半宽度不是由统计方法获得时，B类评定的标准不确定度的自由度可视为无穷大，或认为标准不确定度的这种评定结果不涉及自由度的概念。

例如，测量仪器最大允许误差或数字显示分辨力引起的影响的区间半宽度不是由统计方法获得的，是人为规定的或理论可知的，则将其自由度视为无穷大。

对受随机效应影响的某个量，当假设其分布的区间半宽度是由统计方法获得时，B类评定的标准不确定度的标准不确定度估计为，则自由度可按公式（27）近似计算：

（27）

根据经验，按所依据的信息来源的可信程度来判断的相对标准不确定度。表4列出了按式（27）计算出的自由度值。

表 4 与 关系

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 0 |  |
| 0.10 | 50 |
| 0.20 | 12 |
| 0.25 | 8 |
| 0.50 | 2 |

除用户要求或为获得而必须求得的有效自由度外，一般情况下，B类评定的标准不确定度可以不给出其自由度。

4.3.3.6 标准不确定度的B类评定方法举例参见附录A.1。

4.4 合成标准不确定度的计算

4.4.1 不确定度传播律

当被测量由*N*个其它量通过测量函数确定时，被测量的估计值为：

被测量的估计值相关的合成标准不确定度按公式（28）计算：

（28）

式中：

——被测量*Y*的估计值。

——第*i*个输入量的估计值。

——被测量*Y*的测量函数对的偏导数，称灵敏系数。

注：灵敏系数的符号也可用表示。灵敏系数是一个有符号和单位的量值，它表明了输入量相关的的不确定度影响被测量估计值的不确定度的灵敏程度。有些情况下，灵敏系数难以通过测量函数计算得到，可以用实验确定，即采用变化一个特定的，测量出由此引起的的变化。

——输入量的估计值相关的标准不确定度。

——输入量在估计值与处的协方差估计值

引入输入量与的相关系数，其估计值：

（29）

相关系数介于-1~+1之间。当和不相关时，0；两者相关性越强，相关系数绝对值越大；完全正相关时为+1，完全负相关时为-1。

被测量的估计值相关的合成标准不确定度也可以按公式（30）计算：

（30）

公式（28）和（0）是计算合成标准不确定度的通用公式，当输入量间相关时，需要考虑它们的相关性的影响。

当各输入量间均不相关时，相关系数均为零。被测量的估计值相关的合成标准不确定度按公式（1）计算：

（31）

公式（28）和（31）称为不确定度传播律公式。它们是基于对测量模型*f*泰勒级数展开后保留一阶项的线性近似测量模型，用于计算被测量的估计值相关的合成标准不确定度。由于忽略了高阶项，它们适用于线性测量模型或在不确定度范围内足够线性的测量模型。

当测量模型在考虑的不确定度范围内具有明显非线性，被测量的估计值的合成标准不确定度所依据的泰勒级数展开近似测量模型中还应考虑一阶项以外的更高阶交叉项。在各输入量间均不相关时，考虑高阶项后的可按公式（32）计算：

（32）

常用的合成标准不确定度计算流程见图4。

根据测量模型列出的表达式

计算灵敏系数

或

计算

计算

必要时给出的

不相关

相关

分量间相关否？

图4 合成标准不确定度计算流程图

4.4.2 当输入量间不相关时，合成标准不确定度的计算

对于每一个输入量的标准不确定度，，为与对应的输出量的不确定度分量，当输入量间不相关，即时，公式（31）可变换为公式（33）：

（33）

4.4.2.1 当以测量仪器示值作为测得值的简单直接测量时，应该分析和评定测量时导致测量不确定度的各分量，若相互间不相关，则合成标准不确定度按公式（34）计算：

（34）

注：例如：用卡尺测量工件的长度，直接以卡尺读数作为测得值。要分析用卡尺测量长度时影响测得值的各种不确定度来源，例如卡尺的不准、温度的影响等。应注意，这种情况下的测量不确定度分量均为被测量（“输出量”）估计值的测量不确定度分量，其量纲与被测量的相同。例如温度对长度测量的影响导致长度测得值的不确定度，应该通过被测件材料的温度系数将温度的变化折算到长度的变化。

4.4.2.2 当测量模型为且各输入量估计值的不确定度间不相关时，合成标准不确定度可用公式（35）计算：

（35）

4.4.2.3 当测量模型为且各输入量间不相关时，合成标准不确定度可用公式（36）计算：

（36）

当式（36）中各相对灵敏系数的绝对值均为1时，例如测量模型为，且各输入量间不相关时，公式（36）的形式相应简化为公式（37）：

（37）

注：只有在测量函数完全是各输入量的乘除关系时，可用式（36）或特例式（37）由输入量的相对标准不确定度计算输出量的相对标准不确定度。

4.4.3 各输入量间强正相关，可视为相关系数为1时，合成标准不确定度应按公式（38）计算：

（38）

若灵敏系数均为1，则公式（38）变换为公式（39）：

（39）

4.4.4 各输入量间相关时合成标准不确定度的计算

4.4.4.1 相关性的分析

a）两个测量结果之间的相关性是因其各自测量（包括测量方法、测量模型、测量过程、引用的量值和溯源链）中的共同效应的影响所致。应对包括不同输入量全部的不确定度分量的来源做量值相关性分析。

注：即使对每个输入量分别计算了各自的合成标准不确定度，仍需对输出量不确定度的全部分量作相关性分析。

b）两个测量结果受共同效应影响引起相关性的情况举例：

1）使用同一测量仪器（或同种标准物质）。严苛考虑时，不同测量仪器间甚至不同种类的测量仪器间的部分相同的溯源链。

2）测量模型中引用的相同来源的具有不确定度的同一常数或参数值。

c）可能引起相关性的情况举例：

1）在同一实验室相同时间段的环境条件。

2）同一测量过程中获得不同量的测量结果。

3）相同测量方法和测量程序中的相同的近似或假设。

d）可忽略相关性（协方差或相关系数可取为零）的情况举例：两个输入量中任意一个量可作为忽略不确定度的常数处理的情况。

4.4.4.2 协方差的估计方法

a）同时观测两个量的方法确定协方差估计值：

设和分别是输入量和的测得值，下标*k*为一组测量中的序次（*k*=1，2，…，*n*）。应关注这组测量的持续时间和各次测量的间隔能够充分反映测量条件变化的影响；或者两个输入量中的一个会部分地影响另一个量的测得值时，这组测量是否充分覆盖影响量的可能变化范围。和分别为第*i*个和第*j*个输入量的一组测得值和的算术平均值；两个重复同时观测的输入量和的协方差估计值可由公式（40）确定：

（40）

例如：一个振荡器的频率与环境温度可能有关，则可以把频率和环境温度作为两个输入量，同时观测每个温度下的频率值，得到一组，数据，共观测*n*组。由公式（40）可以计算它们的协方差。如果协方差接近零，说明频率与温度无关，如果协方差不接近零，就显露出它们间的相关性，由公式（28）计算合成标准不确定度。

b）当两个量均因与同一个量有关而相关，且，时，协方差的估计方法：

式中，为使与相关的变量*Q*的估计值，*F*、*G*分别表示两个量与*q*的测量函数。则与 的协方差按公式（41）计算：

（41）

如果有多个变量使与相关，当 ， 时，协方差按公式（42）计算：

（42）

4.4.4.3相关系数的估计方法

a）根据对*X*和*Y*两个量同时测量的*n*组测量数据，相关系数的估计值按公式（43）计算：

（43）

式中：，和的实验标准偏差。

b）如果两个输入量和相关，变化会使相应变化，则和的相关系数可用经验公式（44）近似估计：

（44）

式中，和和的标准不确定度。

4.4.4.4采用适当方法去除相关性

a）将引起相关的量作为独立的附加输入量引入测量模型

例如，若被测量估计值的测量模型为 ，在确定被测量*Y*时，输入量估计值中包含了用某一温度计来确定的温度修正值，并另一个输入量估计值的中包含了用用同一温度计来确定的相应温度修正值，这两个值和就明显相关了。也就是说 和都与温度有关，由于用同一个温度计测量，如果该温度计示值偏大，两者的修正值同时受影响，所以]中两个输入量和是相关的。然而，只要在测量模型中把温度*T*作为独立的附加输入量，即，和是附加输入量为某个规定值时输入量的估计值，附加输入量具有与上述两个量不相关的标准不确定度，则在计算合成标准不确定度时就不需再引入协方差或相关系数了。

b）采取有效措施变换输入量

例如，在量块校准中校准值的不确定度分量中包括标准量块的温度及被校量块的温度两个输入量，即。由于两个量块处在实验室的同一测量装置上，温度*θ*s与*θ*是相关的。但只要将变换成，这样就把被校量块与标准量块的温度差与标准量块的温度作为两个输入量，由于小温差的测量结果与温度测量结果的相关性很弱，此时可认为这两个输入量间不相关，即中与的测量结果不相关。详见示例A.3.1。

c）直接计算输出量的测量重复性

校准电压表时，用标准电压表和被校准电压表同时测量一个电压源，分别得到一组电压估计值（，），。被校准电压表的示值误差。如果校准重复性分别利用和的测量重复性来计算，这需要考虑电压源的噪声和漂移引起的两者之间相关性。根据测量模型，两者之间为负相关。而直接采用计算的测量重复性，则可消除电压源的噪声或漂移引起的相关性的影响，避免因忽略相关性导致对测量重复性计算结果的高估。

对于具有多个需要测量的输入量的测量模型，如果一组输入量数据是同步测量的，也有可能采用直接计算输出量的测量重复性的方式消除或减弱某些共同效应的对输入量的影响。

4.4.5 合成标准不确定度的有效自由度

4.4.5.1 合成标准不确定度的自由度称为有效自由度，用符号表示。它在统计层面说明了评定的不受所用数据随机效应影响的可靠程度，越小，评定的越不可靠。

4.4.5.2 在以下情况时需要计算有效自由度：

a）当需要评定时为求得而必须计算的有效自由度 ，

b）当用户为了解所评定的不确定度或的可靠程度而提出要求时。

4.4.5.3 当各分量互不相关且输出量接近正态分布或*t*分布时，合成标准不确定度的有效自由度可按公式（45）计算：

（45）

且

当测量模型为时，有效自由度可用相对标准不确定度的形式计算，见公式（46）：

（46）

实际计算中，得到的有效自由度不一定是整数。如果不是整数，可以采用将的数值舍去小数部分取整。

例如：若计算得到 =12.65，常取 =12。

注：有效自由度计算举例：

设,其中，，的估计值，，分别是，，次测量的算术平均值，=10，=5，=15。它们的相对标准不确定度分别为：，：，：。在这种情况下：

=19

4.4.6 合成标准不确定度的评定方法举例参见附录A.2。

4.5 扩展不确定度的确定

4.5.1 扩展不确定度是测量所确定的被测量可能值包含区间的半宽度。扩展不确定度分为和两种。在给出测量结果时，一般情况下采用扩展不确定度。

4.5.2 扩展不确定度

扩展不确定度由合成标准不确定度乘包含因子*k*得到，按公式（47）计算：

（47）

测量结果可用公式（48）表示：

（48）

是被测量的估计值，被测量的可能值以较高的包含概率落在[*y*-*U*，*y*+*U*]区间内，即认为*y*-*U*≤*Y*≤*y*+*U*。被测量的值落在包含区间内的包含概率取决于所取的包含因子*k*的值， *k*值一般取2或3。

当*y*和所表征的概率分布近似为正态分布时，且的有效自由度较大情况下，若希望由所确定的区间具有的包含概率约为95%，常取*k*=2；若希望包含概率约为99%，常取*k*=3。

当给出扩展不确定度*U*时，一般应注明所取的*k*值，若基于某个特定分布选取*k*值，应说明分布类型；若未注明*k*值，则指*k*=2。

注：应当注意，用*k*乘以并不提供新的信息，仅仅是对不确定度的另一种表示形式。在大多数情况下，由扩展不确定度所给出的包含区间具有的包含概率是相当不确定的，不仅因为对用和表征的概率分布了解有限，而且因为本身具有不确定度。

4.5.3 扩展不确定度

当根据规定的包含概率*p*确定扩展不确定度时，扩展不确定度用符号表示，当*p*为0.95或0.99时，分别表示为和。

由公式（49）获得：

（49）

是包含概率为*p*时的包含因子，与分布有关。

如果输出量的概率分布可用正态分布或*t*分布近似描述，由公式（50）获得：

（50）

根据合成标准不确定度的有效自由度和需要的包含概率，可查《*t*分布在不同概率*p*与自由度时（*t*值）表》（见附录B）得到值，即包含概率为*p*时的包含因子。

如果可以确定可能值的分布不是正态分布，而是接近于其他某种分布，则不应按分布假设下的计算。

例如：的可能值非常接近矩形分布，取*p*=95%时=1.65；取*p*=99%时=1.71；取*p*=1时=1.73。对这三种*p*的取值的简明表达为=1.65、=1.71和=1.73。

扩展不确定度意味着测量结果为一个具有包含概率*p*的区间。给出或测量结果时，应说明*p*的具体数值，同时给出有效自由度。当基于正态分布或分布以外的其它分布计算包含因子时，应说明包含因子数值，以便后期应用计算标准不确定度。

5 测量不确定度的报告与表示

5.1 测量不确定度的报告

5.1.1 完整的测量结果应报告被测量的测得值及其测量不确定度以及有关的信息。报告应尽可能详细，以便使用者可以正确地利用测量结果。只有对某些用途，如果认为测量不确定度可以忽略不计，则测量结果可表示为单个测得值，可不给出其测量不确定度。

5.1.2 通常在报告以下测量结果时，使用合成标准不确定度，必要时给出其有效自由度：

a）基础计量学研究；

b）基本物理常量测量；

c）国际比对中的参考值。

5.1.3 除上述规定或有关各方约定采用标准不确定度外，通常测量结果都用扩展不确定度表示。

当涉及工业、商业及健康和安全方面的测量时，如果没有特殊要求，一律报告扩展不确定度*U*，一般取*k*=2。

5.1.4 测量不确定度分析报告一般包括以下内容：

a）被测量的测量模型；

b）不确定度来源；

c）输入量的标准不确定度的值及其评定方法和评定过程；

d）灵敏系数*=*；

e）输出量的不确定度分量，必要时给出各分量的自由度；

f）对所有具有相关性的输入量，给出它们之间的协方差或相关系数；

g）合成标准不确定度及其计算过程，必要时给出有效自由度；

h）扩展不确定度或及其确定方法；

i）给出测量结果，包括被测量的估计值及其测量不确定度。

通常测量不确定度报告除文字说明外，必要时可将上述主要内容和数据列成表格。

5.2 测量不确定度的表示

5.2.1 当用合成标准不确定度报告测量结果时，应：

a）明确说明被测量的定义；

b）给出被测量的估计值及其合成标准不确定度，包含计量单位，必要时给出有效自由度；

c）适用时也可采用相对标准不确定度。

5.2.2 使用合成标准不确定度报告测量结果可用以下三种形式之一。

例如，标准砝码的质量为，被测量的估计值为100.02147 g，合成标准不确定度，则报告为：

a）；合成标准不确定度。

b）；括号内的数是合成标准不确定度的值，其末位与前面结果内末位数对齐。

c）；括号内是合成标准不确定度的值，与前面结果有相同计量单位。

形式b）常用于公布常数、常量。

注：为了避免与扩展不确定度混淆，本规范对合成标准不确定度的报告，规定不使用的形式。

5.2.3 当用扩展不确定度或报告测量结果时，应：

a）明确说明被测量*Y*的定义；

b）给出被测量*Y*的估计值*y*及其扩展不确定度或，包含计量单位；

c）适用时也可采用相对扩展不确定度或；

d）对应给出值，对应给出*p*值或。

5.2.3.1 的报告可用以下两种形式之一。

例如，标准砝码的质量为*m*，被测量的估计值为100.02147 g，，取包含因子，，则报告为：

a），。

b）。

5.2.3.2 的报告可用以下两种形式之一。

例如，标准砝码的质量为*m*，被测量的估计值为100.02147 g，，，按，查附录B得，，则：

a），，。

b），，括号内第二项为之值。

注：

1 给出是为了便于引用本测量结果的后续测量能够计算本测量中对应的标准不确定度。因此，也可直接给出合成标准不确定度信息。

2 采用的方式，可同时给出、和分布信息。

5.3 报告不确定度时的其他说明

5.3.1 使用相对不确定度

5.3.1.1 有时，为简化表达、便于不同量值之间的不确定度比较，报告不确定度采用相对不确定度，即或，这里。应注意，通常对已知误差这类的量（或估计值），其绝对值可能小于或接近不确定度，则不宜使用相对不确定度。

5.3.1.2（原5.3.1）相对不确定度的表示应加下标r 或rel。例如：相对合成标准不确定度或；相对扩展不确定度或。测量结果的相对扩展不确定度的报告形式举例如下：

a） ；，。

b） ，*k*=2，式中正负号后的数为的值。

5.3.2 在用户对合成标准不确定度与扩展不确定度这些术语还不太熟悉的情况下，必要时在技术报告或科技文章中报告测量结果的不确定度时可作如下说明：“合成标准不确定度（标准偏差）”，“扩展不确定度（二倍标准偏差估计值）”。

5.3.3 测量不确定度表述和评定时应采用规定的符号，见附录C。

5.3.4 单独表示不确定度时，不要加“±”号。

例如：=0.1 mm或*U*=0.2 mm，不应写成=±0.1 mm或*U*=±0.2 mm。

5.3.5 在给出合成标准不确定度时，不涉及包含因子*k*或包含概率*p*，它们是描述扩展不确定度的。

注：如写成=0.1mm（*k*=1）是不对的，括号内关于*k*的说明是不正确的。因为*k*是关于扩展不确定度*U*的大于1的因子。

5.3.6 不带形容词的“不确定度”或“测量不确定度”用于一般概念性的叙述，当定量表示某一被测量估计值的不确定度时要说明是“合成标准不确定度”还是“扩展不确定度”。

5.3.7 估计值*y*的数值和它的合成标准不确定度或扩展不确定度的数值都不应该给出过多的位数。

5.3.7.1 通常最终报告的和根据需要取一位或两位有效数字。

注： 和的有效数字的首位为1或2时，一般应给出两位有效数字。

为了避免在连续计算中间量的修约误差导致的不确定度，对于评定过程中的各不确定度或、用于最终结果相对不确定度的或，可以适当保留略多位数。

5.3.7.2 当计算得到的和有过多位的数字时，一般采用常规的修约规则将数据修约到需要的有效位数，修约规则参见GB/T 8170—2008《数值修约规则与极限数值的表示和判定》。有时也可以将不确定度需保留最末位后面的数都进位而不是舍去。

注：例如：*U*=28.05 kHz，需取两位有效数字，按常规的修约规则修约后写成28 kHz。

又如：有时，，有时可以进位成； 28.2 kHz则可以写成29kHz。

5.3.7.3 通常，在相同计量单位下，被测量的估计值修约到其末位与不确定度的末位一致，或根据测量仪器的数字显示分辨力确定有效位的末位。

例1：，。报告时由于，则应修约到。

例2：对测量仪器的示值校准，数字显示的末尾确定示值误差的有效位数，取=0.3，则，可表示为。这里，为了不显著放大不确定度，根据5.3.8.1的注，扩展不确定度保留两位有效数字。

**6 测量不确定度的应用**

6.1 测量不确定度评定适用的量

测量不确定度的重要用途和应用领域见本规范1中的 a）和b）。本规范的测量不确定度评定方法适用于对有明确定义的被测量（被测对象的特性）的测量。通常可认为被测量有近乎唯一的量值（即真值）。

在检定或校准的测量结果中，除了包含上述概念的被测量，有时含有对该量的统计评价量。例如，用标准偏差或其倍数、最大差值等表示的测量重复性、测量仪器的鉴别阈、测量仪器的信噪比等。不同于常规的被测量，它们自身就是用另一个被测量或测量仪器输出信号测得值的某个统计特征定义的，与测量不确定度的作用有相似之处，是对测量仪器的在某方面测量能力的评价。应注意，真值概念及其涉及的测量不确定度概念、以及测量不确定度评定的常用公式可能不完全适用于对这些量的不确定度评价。对这类量的测量可靠性可侧重从测量方法的取样次数方面考虑。

6.2 校准证书中报告测量不确定度的要求

6.2.1 在校准证书中，校准值或修正值的不确定度一般应针对每次校准时的实际情况进行评定。

注：

1 校准值或修正值的不确定度是与被测件有关的，不同被测件用同一计量标准进行校准时，如果被测件的重复性和分辨力不同，其校准值或修正值的不确定度也不相同。

2 校准值或修正值的不确定度仅是在校准时的测量条件下获得的，不包含被测件的长期稳定性，也不包括用户使用条件不同引入的不确定度。

6.2.2 测量不确定度是对应于每个测量结果的，因此对不同参数、不同测量范围的不同量值，应分别给出相应的测量不确定度。只有当在测量范围内测量不确定度相同时，可以统一说明。

6.3 实验室的校准和测量能力

在实验室认可时，实验室的校准和测量能力是用实验室能达到的测量范围及在该范围内的相应的测量不确定度表述的，实验室的校准和测量能力的表示方法应执行有关认可组织的文件。

注：目前，实验室的校准和测量能力常用的表示方式有：

1 当在测量范围内测量不确定度的值不随被测量值的大小而变，或在整个测量范围内相对不确定度不变，则可用一个测量不确定度值表示测量能力。

2 当在测量范围内不能用一个测量不确定度值或相对测量不确定度值表示测量能力时，可以：

1. 将测量范围分为若干个小范围，分段表示。可接受时可给出每段的测量不确定度最大值。

b）用被测量或参数的函数形式表示。用图形表示时，为使得到的测量不确定度有2位有效数字，每个数轴应有足够的分辨力。

c）当不确定度的值相对于被测量的变化关系复杂，或者还与其他参数有关时，校准测量能力最好用矩阵形式表示。

在实际情况下，矩阵形式有时带来不便，校准和测量能力有时用测量范围及对应于该范围的不确定度最小值和最大值表示不确定度的范围，同时给出测量不确定度最小值对应的点。但这种方式在后期应用难以确定不确定度的具体数值。

6.4 国家计量技术规范中的测量不确定度评定附录

a）测量不确定度评定宜包含对计量技术规范规定的有明确定义的被测量的测量项目，例如，对被测测量仪器输出特性或被测测量仪器示值与标准量值的关系。慎重选择对统计评价量的不确定度评定。

b）每个不确定度评定项目尽可能采用相同的框架和子标题。

c）具体示例类型的选择可根据应用的普遍性、方法特殊性等多方面因素综合考虑。以表明测量方法及其导致的结论的可靠性为主要目的之一的附录，宜选择在较严苛条件的示例；例如，可选择规范允许的对测量仪器和测量条件的最低要求和适用的最高准确度等级被测测量仪器为评定示例。

d）测量不确定度评定不超过三项时，可放在同一附录中。

6.5 其他情况应用

6.4.1 测量不确定度在符合性评定中的应用详见ISO/IEC GUIDE 98-4 Uncertainty of measurement Part 4: Role of measurement uncertainty in conformity assessment 和 OIML G19 The role of measurement uncertainty in conformity assessment decisions in legal metrology。

6.4.2 在工业、商业等日常的大量测量中，有时虽然没有任何明确的不确定度报告，但所用的测量仪器是经过检定处于合格状态，并且测量程序有技术文件明确规定，则其不确定度可以由技术指标或规定的文件评定。

6.4.3 在与测量有关的科研项目立项和方案论证时，应该根据需求提出目标不确定度。并做出测量不确定度预评定，论证目标不确定度的可行性和待解决的关键问题。

# **附录A 测量不确定度评定方法举例**

测量不确定度评定方法举例

A.1 标准不确定度的B类评定方法举例

A.1.1 校准证书上给出标称值为1000 g的不锈钢标准砝码质量*m*s的校准测得值为1000.000325 g，且校准不确定度为24 μg（按三倍标准偏差计），求砝码质量校准结果的标准不确定度。

[解] *a* =*U* =24 μg，*k*=3，则砝码的标准不确定度为：

*u*(*m*s)= 24 μg/3=8 μg

A.1.2 校准证书上说明标称值为10 Ω的标准电阻，在23 ℃时的校准值为10.000 074 Ω，扩展不确定度为90 μΩ，包含概率为0.99，求电阻校准值的相对标准不确定度。

[解] 由校准证书的信息知道：

*a* =*U*99=90 μΩ，*p* =0.99；

设为正态分布，查表得到*k*=2.58，则电阻的标准不确定度为：

*u*(*R*s)=90 μΩ/2.58=35 μΩ

相对标准不确定度为：*u*(*R*s)/ *R*s=35 μΩ/10.000 074 Ω=3.5×10-6。

A.1.3 手册给出了纯铜在20℃时线热膨胀系数为*α*20(Cu)为16.52×10-6 ℃-1，并说明此值的误差不超过±0.40×10-6 ℃-1，求*α*20(Cu)的标准不确定度。

[**解**]：根据手册提供的信息，*a* =0.40×10-6 ℃-1，由于没有其他关于分布的进一步信息，假设为等概率地落在可能区间内，即均匀分布，查表3得。

铜的线热膨胀系数*α*20(Cu)的标准不确定度为：

*u*(*a*20)=0.40×10-6 ℃－1/=0.23×10-6 ℃－1

A.1.4 在手册中给出黄铜在20℃时的线热膨胀系数为*α*20=16.66×10-6 ℃-1，并说明最小可能值是16.40×10-6 ℃-1，最大可能值是16.92×10-6 ℃-1。求线热膨胀系数的标准不确定度。

[解]：由手册给出的信息知道：

*a－*=16.40×10-6 ℃-1，*a*＋ =16.92×10-6 ℃-1，

则区间半宽度为：

℃-1=0.26×10-6 ℃-1

根据已知的*α*20值可知其位于最小、最大可能值的中心。假设在区间内为均匀分布，则，则黄铜的线热膨胀系数的标准不确定度为：

*u*(*α*20)=0.26×10-6 ℃-1/=0.15×10-6 ℃-1。

A.1.5 检定合格的数字电压表，由仪器说明书得知，该电压表的最大允许误差为±（14×10-6×读数+2×10-6×量程），在10 V量程上测1 V电压，测量10次，取其平均值作为测量结果，= 0.928 571 V，平均值的实验标准偏差为=12 μV。求电压表的仪器的标准不确定度。

[解] 电压表最大允许误差的模为区间的半宽度：

*a* =（14×10-6×0.928 571 V +2×10-6×10 V）=33×10-6 V=33 μV。

设在区间内为均匀分布，查表得到，则电压表的仪器的标准不确定度为：*u*(*V*)= 33 μV/=19 μV。

A.2 合成标准不确定度评定方法举例

A.2.1 一台数字电压表的技术说明书中说明：“在仪器校准后的两年内，示值的最大允许误差为±（14×10-6×读数+2×10-6×量程）。”在校准并判定合格后的20个月时，在1 V量程上测量电压*V*，一组重复独立观测值的算术平均值为=0.928 571 V，其重复性导致的标准不确定度由A类评定得到：=12 μV，已知该测量偏离校准条件引入的附加修正值 =1 μV，修正值的不确定度2.0 μV。求该电压测量结果的合成标准不确定度。

[解]

测量模型：

已知读数平均值=0.928 571 V，量程1V。电压测得值为

0.928 571 V + 0.000 001 V=0.928 572 V

1）最大允许误差引入标准不确定度，采用B类评定：

数字电压表经校准并判定合格，使用期未超过两年，根据最大允许误差可知在校准条件下电压示值误差对应的可能区间半宽度：*a* = 14×10-6×0.928 571 V +2×10-6×1 V=15 μV

假设可能值在区间内为均匀分布，，则：

2）附加修正值的不确定度：2.0 μV

3）重复性引入的标准不确定度：=12 μV

合成标准不确定度：

可以判断三个不确定度分量不相关，则：

所以，电压测量结果：测得值为0.928 572 V，其合成标准不确定度为15 μV。

注：在此例中，即使附加修正值为0 μV，仍须考虑修正值的不确定度。

A.2.2 如果加在一个随温度变化的电阻两端的电压为*V*，在温度时的电阻为*R*0，电阻的温度系数为*α*，在温度*t*时电阻损耗的功率*P*为被测量，被测量*P*与*V*、*R*0、*α*和*t*的函数关系为：

问测量结果的合成标准不确定度的计算方法。

[解] 由于各输入量之间不相关，合成方差为：

式中的灵敏系数为：

将实际数据代入合成方差的公式中就可以求得合成标准不确定度*u*c(*P*)。

A.2.3 上例中，耗散功率若写成的形式，则*P*是输入量电流*I*和温度*t*的函数。其中，、和是已知常数且不确定度可忽略。电流用一个数字电压表测量出标准电阻两端的电压来确定，温度用一个电阻电桥和标准电阻测量出温度传感器的电阻确定，。其中，*A*和（即）均为不确定度可忽略的已知常数。假设用同一个标准电阻分别确定电流和温度传感器的电阻。由电桥上读出电阻比。则输入量电流*I*和温度*t*分别由以下两式得到：，+[]*A*。

问测量结果的合成标准不确定度的计算方法。

[解] 计算步骤如下：

1）测量模型：

其中，，+[]*A*。

2）输入量的标准不确定度：

的测量模型：

3）输入量的标准不确定度：

的测量模型：+[]*A*

由于、、*A*和为已知常数，其不确定度可忽略。所以，上式中有两个需要考虑不确定度的输入量：和*。*灵敏系数：

由于不相关，的标准不确定度为：

4）与的协方差：

因为与的测量都与有关，所以与的两个标准不确定度是相关的，它们的协方差可根据下式求得：

5）耗散功率测量结果的合成标准不确定度：

的测量模型：

由于，，此测量模型中只有两个要考虑不确定度的输入量 和，且它们的测量结果之间相关，将测量模型中的的整体视为一个变量，所以由和的方差及它们的协方差，得到的相对合成方差：

利用和，可得到：

式中：

将实际数据代入公式中就可以求得相对合成标准不确定度。

注意，某些相关性问题是测量模型建立时的输入量选择导致的。在此例中，如果将和与的函数关系代入测量模型中，则在测量模型中引入了量，得到测量模型新的表达形式：

=

在这个测量模型中，输入量为、和，各输入量间均不相关了，得到的合成标准不确定度的结果相同。

A.2.4 有10个电阻器，每个电阻器的标称值为1000 Ω，用1 kΩ的标准电阻校准，得到校准值为*，*比较仪的不确定度可忽略，标准电阻的不确定度由校准证书给出为*u*()=10 mΩ。将10个电阻器用导线串联起来，导线电阻可忽略不计，串联后得到标称值为10 kΩ的参考电阻，求参考电阻的合成标准不确定度。

[解]

1）测量模型：

2）灵敏系数：

3）每个电阻校准时与标准电阻比较得到比值为，则校准值为：

4）每个的标准不确定度：

对每一个校准值近似相等，且，比较仪引入的不确定度近似相等且可忽略，即，则：

5）任意两个电阻校准值的协方差：

由于*αi* ≈*αj* ≈1，协方差

6）串联电阻的合成标准不确定度：

根据的测量模型：

的合成方差为：

因为)

所以

注：在此例中，由于各输入量间正强相关，合成标准不确定度是各不确定度分量的代数和。如果不考虑10个电阻器的校准值的相关性，还用方和根法合成：，得到结果为0.032 Ω，这是不正确的，明显使评定的不确定度偏小。

A.3 不同类型测量时测量不确定度评定方法举例

A.3.1 量块的校准

通过这个例子说明如何建立测量模型及进行不确定度的评定；并通过此例说明如何将相关的输入量经过适当处理后使输入量间不相关，这样简化了计算合成标准不确定度时的相关性处理。最后说明对于非线性测量函数考虑高阶项后测量不确定度的评定结果。

1）校准方法

标称值为50mm的被校量块，通过与相同长度的标准量块比较，由比较仪上读出两个量块的长度差，在20 ℃时被校量块的长度校准值为标准量块长度与长度差之和。即：

实测时，取5次读数的平均值，=0.000215 mm，标准量块长度由校准证书给出，其校准值50.000623 mm。

2）测量模型

长度差在考虑到两量块的温度偏离20 ℃参考温度的影响后为：

所以被校量块的测量模型为：

（A-1）

将此式对按泰勒级数展开：

忽略的高阶项和（是小量，因此也是高阶小量）后得到近似的测量模型：

（A-2）

式中：

—被校量块在20 ℃时的长度；

—标准量块在20 ℃时的长度，由标准量块的校准证书给出；

—被校量块的热膨胀系数；

—标准量块的热膨胀系数；

—被校量块的温度与20 ℃参考温度的差值；

—标准量块的温度与20 ℃参考温度的差值。

在上述测量模型中，由于被校量块与标准量块处于同一温度环境中，所以与是相关的量；两个量块采用同样的材料，与也是相关的量。为避免与和与可能的相关性，设被校量块与标准量块的温度差为，；它们的热膨胀系数差为，；将和代入式（A-2），由此测量模型可改写成式（A-3）的形式：

（A-3）

由于两量块采用同类材料，并处于同一温度环境，可以认为差值和的估计值为零，但它们的不确定度不为零，并可假设和、、和不相关（如果被测量仍用变量、、和表示，则需要考虑和之间以及和之间的相关性）。

3）合成标准不确定度计算公式

根据测量模型式（A-3），由于各输入量间不相关，所以合成标准不确定度的计算公式为式（A-4）：

（A-4）

式中灵敏系数为：

由此可见，灵敏系数和为零，也就是说明及的不确定度对测量结果的不确定度没有影响。合成标准不确定度公式可写成式（A-5）：

（A-5）

4）标准不确定度的评定

①标准量块的校准引入的标准不确定度

标准量块的校准证书给出：校准值为50.000 623 mm， 0.075 μm （*k* =3），自由度为18。则标准量块校准引入的标准不确定度为：

0.075/3=25 nm ，18

②测得的长度差引入的不确定度

1. 长度差测量重复性引入的标准不确定度：

用对两个量块的长度差进行25次独立重复观测，用贝塞尔公式计算的实验标准偏差为=10 nm；本次比较时仅测5次，取5次测量的算术平均值为被校量块的长度，所以读数观测的重复性引入的标准不确定度是平均值的实验标准偏差为

由于是通过25次测量得到，所以的自由度=251=24。

1. 比较仪示值不准引入的标准不确定度：

由比较仪的说明书给出其最大允许误差为±0.015 μm，有效期内的检定证书证明该比较仪的示值误差合格。则由比较仪示值不准引起长度差测量的标准不确定度用B类评定，可能值区间的半宽度*a*为0.015 μm，设在区间内呈均匀分布，取包含因子*k*为。标准不确定度为：

8.7 nm

由于最大允许误差的数值0.015 mm为规定值，根据4.3.3.5，对该值和标准不确定度不需考虑自由度（或认为其自由度为无穷大，即）。

c. 由以上分析得到长度差引入的标准不确定度为：

自由度为：

③膨胀系数差值引入的标准不确定度

估计两个量块的膨胀系数之差在±1×10-6 ℃-1区间内，假设在区间内为均匀分布，则标准不确定度为：

1×10-6 ℃-1/=0.58×10-6 ℃-1

估计的不可靠程度为10%，计算得到自由度为：

④量块温度差引入的标准不确定度

希望被校量块与标准量块处于同一温度，但实际存在温度差异，温度差估计以等概率落在±0.05℃区间内，则标准不确定度为：

0.029 ℃

估计的不可靠程度为25%，计算得到自由度为：

=

⑤量块温度偏差引入的标准不确定度

报告给出的测试台温度为（19.9±0.5）℃，在热作用下温度的近似周期性变化的幅度为0.5℃。平均温度的偏差值为：

由于测试台的平均温度的不确定性引起的的标准不确定度为：

而温度随时间周期变化形成U形的分布（即反正弦分布），则：

的标准不确定度可由下式得到：

因此

由于，这个不确定度对*l*的不确定度不引入一阶的贡献，然而它具有二阶贡献。

⑥热膨胀系数引入的标准不确定度

标准量块的热膨胀系数给定为，具有一个矩形分布的不确定度，其界限为，则标准不确定度为：

由于，这个不确定度对*l*的不确定度不引入一阶的贡献，然而它具有二阶贡献。

5）合成标准不确定度

①灵敏系数计算

由标准量块的校准证书得到= 50.000 623 mm，被校量块与参考温度20 ℃之差估计为-0. 1 ℃，标准量块的热膨胀系数为11.5×10-6 ℃-1，由这些信息计算得到：

，

，

，

，

*=* -50.000 623 mm ×（-0.1 ℃）=5.000 062 3 mm℃，

*=* -50.000 623 mm×11.5×10-6 ℃-1=-5.75×10-4 mm℃-1

由和为0，可见标准量块的热膨胀系数和被校量块的温度与20℃参考温度的差值的不确定度对长度测量不引入一阶的贡献。

②合成标准不确定度计算

= 32 nm

③的自由度：

取32。

量块校准时不确定度分量汇总见表A-1。

表A-1 量块校准的不确定度汇总表

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 标准不确定度符号 | 不确定度  来源 | 标准不确定度的值 | 灵敏系数 | 输出量标准 不确定度分量  nm | 自由度 |
|  | 标准量块的校准 | 25 nm | 1 | 25 | 18 |
|  | 量块长度差 | 9.8 nm | 1 | 9.8 | 539.8 |
|  | 重复观测 | 4.5 nm |  |  | 24 |
|  | 比较器系统效应 | 8.7 nm |  |  |  |
|  | 量块膨胀系数差 | 0.58×10-6 ℃-1 | 5.000 0623 mm℃ | 2.9 | 50 |
|  | 量块温度差 | 0.029 ℃ | -5.75×10-4 mm℃-1 | 16.6 | 8 |
| 31.7 nm， | | | | | |
| 50.000 838 mm  87 nm，，  相对扩展不确定度=1.8×10-6 | | | | | |

6）扩展不确定度

要求包含概率*p*为0.99，由 ，查表得：

*t*0.99()=，取*k*99= *t*0.99()=，则扩展不确定度为：

= ×31.7 nm=87 nm

7）校准结果：

50.000 623 mm+ 0.0002 15 mm =50.000 838 mm

87 nm （）

或 （50.000 838±0.000 087）mm

其中±号后的值是扩展不确定度，由=31.7 nm乘以包含因子*k*=得到，*k*是由自由度=、包含概率*p*=0.99时查*t*分布表得到*t*值。

8）考虑二阶项时不确定度的评定

前面所进行的不确定度的评定是不完全的，实际上在本示例中，测量模型在不确定度范围内的非线性足够明显，在泰勒级数展开中的高阶项不可全部忽略。在合成标准不确定度计算公式中，应增加明显不可忽略的两个二阶项：和。

=（0.05 m）×（0.58 ×10-6 ℃-1） ×（0.41 ℃）=11.7 nm

=（0.05 m）×（1.2 ×10-6 ℃-1） ×（0.029 ℃）=1.7 nm

这两个二阶项中只有第一项的贡献较大，它们使合成标准不确定度从32 nm增加到34 nm。考虑二阶项后的合成标准不确定度：=33.8 nm

扩展不确定度：= 93 nm，*k* =，=，*p* =0.99

或相对扩展不确定度：×10-6

用传播概率分布的蒙特卡洛法(MCM)验证，得到：输出量分布的标准偏差=34 nm，最小包含区间的半宽度=93 nm，与本示例考虑二阶项的结果基本一致。说明GUF方法评定测量不确定度对本示例是适用的。

注:

1 本例中测量模型的非线性主要体现在两个输入量的乘积项，特别是其中至少一个输入量的相对不确定度较大时，可能会导致不确定度的二阶项不可忽略。

将本例中的测量模型简化为 ，则根据公式（32），

其中，的相对不确定度达到与同数量级，导致相对于不可忽略。对于，也存在类似的情况，二阶项 不可忽略。

2 本例中，对测量模型的一阶近似公式（A-2），简化了公式形式和灵敏系数公式推导，但也会在这个环节引入一定程度的截断误差。具有一般性的方法是直接将和代入式（A-1），得到式（A-6），在不引入模型近似的前提下，也能避免复杂的对相关性处理，但灵敏系数计算公式会略复杂。

（A-6）

3 采用JJF1059.2的概率分布传播方法评定测量不确定度不受模型非线性的影响，一般应避免对测量模型做近似处理。

A.3.2 温度计的校准

这个例子说明用最小二乘法获得线性校准曲线，如何用回归参数截距、斜率和它们的估计方差与协方差，由校准曲线获得预测修正值及其标准不确定度。

A.3.2.1 测量问题

温度计是用与已知的标准温度相比较的方法校准的。温度校准装置引入的不确定度可忽略。在第*k*个温度校准点，相应的已知标准温度为，其温度范围为21 ℃到27 ℃。进行了*n*=11次比较，温度计的温度读数为，温度计读数的修正值为。线性校准曲线为式（A-7）：

（A-7）

式中：

——校准曲线的截距；

——校准曲线的斜率；

——所选择的参考温度。

和是两个待定参数，由最小二乘法回归确定。一旦找到和以及它们的方差和协方差，式（A-7）可用于预测温度计对任意一个温度值*t*的修正值及其由于最小二乘法回归引入的标准不确定度。

注：在适当小的温度范围内，对以热电阻为敏感元件的温度计的最小二乘法结果视为回归而不是拟合。后者给出对已知数据规律的近似数学表达。

***b*(*t*)**

***bk* 。**

拟合的校准曲线

**。**

测量数据

**。**

***y*1**

***t***

***t*0 *tk* 30 ℃**

图A-6 最小二乘法回归的示意图

A.3.2.2 最小二乘法回归

根据最小二乘法和式（A-7）的假设条件，输出量和及它们的估计方差和协方差是在残差平方和*Q*最小时得到：

这就导出了和的公式（A-8a）~（A-8g），和是它们的实验方差，是估计相关系数，其中是估计协方差。

（A-8a）

（A-8b）

（A-8c）

（A-8d）

（A-8e）

（A-8f）

（A-8g）

式中：

1，2，…，*n*；

；

；

；

——在温度时测得或观测到的修正值与回归曲线上在时预测的修正值之间的差值；

——估计方差，总的回归的不确定度的度量，其中因子*n*-2反映了由*n*次观测确定二个参数和时，的自由度为。

A.3.2.3 结果的计算

用最小二乘法得到温度计线性校准曲线时所用的数据见表A-3所示。用于回归的数据在表A-2的第二列和第三列中给出，取20 ℃作为参考温度，应用式（A-8a）~（A-8g）得到：

-0.171 2 ℃ 0.002 9 ℃

0.002 18 0.000 67

0.930 0.003 5℃

斜率比其标准不确定度大三倍，表明要用校准曲线而不是用一个固定的平均修正值进行修正。修正值的带有不确定度的校准曲线可以写成式（A-9）：

（A-9）

其中括号内的数字是标准不确定度的数值，与所说明的截距和斜率值的最后位数字相对齐。

式（A-8）给出了在任意温度时修正值的预测值，在时的修正值为。这些值在表A-2的第四列中给出，而最后一列给出了测得值和预测值之间的差 。对这些差值的分析可以用于核查线性模型的有效性。

表A-2 用最小二乘法得到温度计线性校准曲线时所用的数据

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 读数的序号  *k* | 温度计的读数    ℃ | 观测的修正值  ℃ | 预测的修正值    ℃ | 观测的与预测的修正值之差  ℃ |
| 1 | 21.521 | -0.171 | -0.167 9 | -0.003 1 |
| 2 | 22.012 | -0.169 | -0.166 8 | -0.002 2 |
| 3 | 22.512 | -0.166 | -0.165 7 | -0.000 3 |
| 4 | 23.003 | -0.159 | -0.164 6 | +0.005 6 |
| 5 | 23.507 | -0.164 | -0.163 5 | -0.000 5 |
| 6 | 23.999 | -0.165 | -0.162 5 | -0.002 5 |
| 7 | 24.513 | -0.156 | -0.161 4 | +0.005 4 |
| 8 | 25.002 | -0.157 | -0.160 3 | +0.003 3 |
| 9 | 25.503 | -0.159 | -0.159 2 | +0.000 2 |
| 10 | 26.010 | -0.161 | -0.158 1 | -0.002 9 |
| 11 | 26.511 | -0.160 | -0.157 0 | -0.003 0 |

A.3.2.4 预测值的不确定度

要求获得在*t*=30 ℃时的温度计修正值和它的不确定度。

1） 30 ℃时的温度计修正值

温度计的校准范围为21 ℃~27 ℃，所以30 ℃这个温度是在温度计实际校准温度的范围外。将 30 ℃代入式（A-8）中，得到修正值的预测值：

0.149 4 ℃

2）修正值的预测值的合成标准不确定度

由于测量模型为：，根据不确定度传播律通用公式：

上式中，即本示例中的，即本示例中的和。将，，代入，并求得灵敏系数后，得到式（A-10）：

（A-10）

将数据代入（A-9）得到30℃时的温度计修正值的合成方差：

则合成标准不确定度：

自由度。

1. 因此，在30 ℃时的修正值是-0.149 4 ℃，其合成标准不确定度0.004 1 ℃，自由度。

A.3.2.5 避免待定系数相关性的回归方式

上面的线性回归采用具有斜率和截距两个待定系数的回归函数形式，导致待定系数之间的相关性和后期预测值不确定度计算也必须考虑回归参数间的相关性。下面给出消除回归中待定系数截距的处理方式，可避免上述相关性的产生，最终计算结果与上述计算等价。

在A.3.2.2的线性回归计算中，将式（A-7）线性校准曲线变形为：

（A-11）

设=，，则

（A-12）

A.3.2.2是以图A-6的坐标系中的（，0）为原点的新坐标系中的校准曲线回归。而是用于以图A-6的坐标系中的（，）为原点的新坐标系中的回归处理的同一校准曲线表达形式。该曲线消除了待定系数截距，从而不存在截距回归估计值与斜率回归估计值之间的相关性。

由（，）计算（，）后，利用下面与公式组（A-8）对应的一组公式计算斜率估计值及其方差。

（A-13b）

（A-13c）

（A-13d）

（A-13f）

（A-13g）

温度计预测修正值及其合成标准不确定度

（A-14）

（A-15）

30 ℃时，

注：  
 1）这种避免待定系数相关性的回归方式与A.3.2.4的方法所获得的预测修正值的不确定度是等价的；

2）该回归过程中只有斜率为待定系数（约束条件），自由度；

3）在以后的应用中，用式（A-14）计算预测修正值的标准不确定度时，斜率和截距之间不存在相关性，但给出校准回归曲线信息时，必须采用式（A-14）和（A-15）的形式。

A.3.2.6 本示例给出的计算线性回归的不确定度评定，假设用于回归的观测数据的测量不确定度可忽略。实际应用中，校准曲线的测量不确定度还应包括这些测量不确定度的贡献。

A.3.3 基于参考标尺的硬度测量

硬度是一个必须以一种测量方法为参考才能被量化的物理概念；它没有独立于该方法的计量单位。“硬度”这个量与经典的可测的量不同，它不能用于代数方程去定义其他可测的量，虽然有时硬度也被用于经验公式来说明与某类材料的其他特性的关系。其大小用一种约定测量⎯⎯即对关注的材料块（也就是样块）上压痕的线性维度的测量来确定，这种测量是根据文本标准进行的，标准包括了对压头的描述，加压头用的机械设备的结构和规定的操作设备的方法。这类文本标准不止一个，所以硬度标尺也不止一个。

硬度被报告为测得的线性尺寸的函数（取决于标尺）。在本案例中，硬度是5次重复压痕的深度的算术平均值的线性函数，但对有些其他标尺可能是非线性函数。

复现量值的标准装置作为国家计量标准保存；某个测量装置与国家计量标准装置之间利用传递标准块进行比对。

A.3.3.1 测量问题

在本例中，材料的样块的硬度采用洛氏C标尺（Rockwell C scale）确定，所用的测量装置经国家计量标准装置校准。洛氏C硬度的标尺单位是0.002 mm，基于该标尺的硬度定义为100×（0.002 mm）减去5次压痕深度的平均值（以mm为单位）。这个量的值除以洛氏C标尺单位（即0.002 mm），称为“HRC硬度指数”。在本例中，采用标尺单位的硬度量用符号*h*RC表示，简称“硬度”；以隐含长度形式的洛氏标尺单位表示的硬度的数值称为硬度指数，用符号*H*RC表示。

注：硬度指数（hardness index）在有些计量技术规范中又称为硬度数。

A.3.3.2 测量模型

用测量硬度的装置或校准装置（以下统称为硬度计）在样块上造成的压痕深度的平均值必须加修正值，修正到由国家计量标准装置在同一样块上造成的压痕深度的平均值，因此硬度和硬度指数分别可由式（A-16）和（A-17）表示：

（A-16）

（A-17）

式中：

——由硬度计在样块上5次压痕的深度平均值；

——通过一个传递标准块将硬度计和国家计量标准装置进行比较得到的修正值，等于用国家计量标准装置在此样块上的5次压痕深度的平均值减去由硬度计在同一样块上的5次压痕深度的平均值获得的差值；

——用两台硬度计分别测量传递标准的两部分所得的硬度差（表示为压痕平均深度的差），假设为零；

——包括由于国家计量标准装置测量重复性和硬度量定义不完整引起的量值可能变化，虽然必定假设为零，但它具有标准不确定度。

注：本示例单独突出了对国家计量标准装置测量重复性和硬度量定义不完整引起的测量不确定度的考虑。但通常这两项会在硬度计修正值的测量不确定度来源中考虑。

A.3.3.3 硬度测量的合成方差

由于式（A-16）的函数的偏导数、、和均等于-1，由硬度计测得的样块的硬度的合成方差为式（A-18）：

（A-18）

A.3.3.4 标准不确定度分量的评定

a）样块压痕深度平均值的标准不确定度

1）样块压痕深度测量重复性引入的标准不确定度：每次测量所得的值不可能严格重复，因为新的压痕不可能在前一个压痕的位置上的。由于每个压痕必须在不同的位置上，结果的任何变化包括了不同位置间硬度变化的影响。因此，用硬度计在同一样块上的5次压痕深度的平均值的标准不确定度是取，其中是对已知具有非常均匀硬度的样块“重复”测量确定的压痕深度的合并实验标准偏差。

2）示值分辨力引入的标准不确定度：由于硬度计示值分辨力*δ*引起深度指示的不确定度，示值分辨力引入的估计方差为：/12。

因此，的估计方差：

b）修正值的标准不确定度

是将硬度计与国家计量标准装置进行比较得到的修正值，这个修正值可以表示成，其中是国家计量标准装置对传递标准块*m*次压痕的平均深度；是用校准装置对同一样块进行*n*次压痕的平均深度。因此，为了便于比较，假设每个装置由于显示分辨力引起的不确定度可以忽略，则的估计方差为：

式中：

——由国家计量标准装置进行的*m*组压痕中每组中（5个）的平均值的实验方差的平均值；

——由硬度计进行的*n*组压痕中每组中（5个）的平均值的实验方差的平均值。

注：和都是合并样本方差。

c）对传递标准块硬度变化进行修正的不确定度

OIML（国际法制计量组织）的国际建议R12：《洛氏C硬度标准块的校准和验证》要求由传递标准块5次测量得到的最大和最小压痕深度之差不大于平均压痕的百分之*x*，其中*x*是硬度等级的函数。所以，设在整个样块内压痕深度的最大差为，已在上节中定义，其*n*=5。设在此为边界的区间内的概率分布为三角分布 （可假设在接近中心值附近的值的概率远大于两端的概率）。则区间半宽度，，由硬度计和国家计量标准装置分别测得的硬度差获得的平均压痕深度的修正值的估计方差按B类评定为：

这里假设修正值的估计值本身为零。

d）国家计量标准装置和硬度定义引起的标准不确定度

国家计量标准装置的不确定度和由于硬度定义不完全引起的不确定度一起用估计标准偏差报告。

A.3.3.5 合成标准不确定度

将各项不确定度分量代入式（A-18）中，得到硬度测量的估计方差为式（A-19）

（A-19）

就是用硬度计测量样块硬度的合成标准不确定度。

A.3.3.6 数值举例

测量洛氏C标尺样块硬度的数据见表A-3。

表A-3 测量样块洛氏C标尺硬度的数据一览表

|  |  |
| --- | --- |
| 不确定度来源 | 值 |
| 用硬度计在样块上进行5次压痕的平均深度：0.072mm | 36.0 |
| 由5次压痕所指示的样块的硬度指数： | 64.0 HRC |
| 由校准装置在具有均匀硬度的样块上压痕深度的合并样本标准偏差 | 0.45 |
| 硬度计的示值分辨力*δ* | 0.1 |
| 传递标准块上由国家计量标准装置进行*m*列压痕的平均值的实验方差的平均值的平方根 | 0.10，*m*=6 |
| 传递标准块上由校准装置进行*n*列压痕的平均值的实验方差的平均值的平方根 | 0.11，*n*=6 |
| 在传递标准块上压透深度的允许变化量*x* | 1.5×10-2 |
| 国家计量标准装置和硬度定义的的标准不确定度 | 0.5 |

这里所用标尺是洛氏C（Rockwell C）标尺，用HRC表示，而洛氏标尺单位是0.002mm。因此在表A-3和下文中，如“36.0 HRC”意味着36.0×（0.002mm）=0.072mm，它只是表示数据和结果的一种简便方式。

将表A-3中给出的有关量的值代入式（A-19）中，就可得到硬度的合成方差：

所以硬度测量的合成标准不确定度为：

样块的硬度：由于。假设，，，则：

其合成标准不确定度

样块的硬度指数为：

用隐含长度洛氏标尺单位表示的硬度指数为64.0 HRC，其合成标准不确定度。

由表A-3可见，对测量结果的测量不确定度起主要作用的分量，除了由于国家计量标准装置和硬度定义引起的不确定度分量0.5外，其他较明显的不确定度分量是测量重复性引起的标准不确定度：0.20 和传递标准块的硬度变化引入的标准不确定度0.11。

A.3.4 样品中所含氢氧化钾的质量分数测定

本例是测量不确定度在化学测量中的应用，在测量模型中各输入量间是相乘的关系，可以采用相对标准不确定度计算合成标准不确定度。

A*.*3.4.1 测量方法

用盐酸（HCl）作为标准滴定溶液在滴定管中测定某样品中所含氢氧化钾（KOH）的质量分数。

A*.*3.4.2 有关信息

1）在滴定中达到中和，滴定终点（化学计量点前或后）消耗标准溶液50ml。

2）标准滴定溶液的物质的量浓度为) mol/L（*k*=2）

3）所用滴定管为B级，其最大允许误差为±0.6%。

4）氢氧化钾的相对分子质量与三种元素的相对原子质量有关，由式（A-20）计算：

（A-20）

查2023年国际上公布的元素的标准原子质量表，得到：

，，

括号中的数是标准原子质量的标准不确定度，其数值的末尾与标准原子质量的末位相对应。

例如 ，即，表中的不确定度都取一位有效数字。

将数据代入（A-20）式，得到氢氧化钾的相对分子质量：

则氢氧化钾的摩尔质量为：

5）样品的质量用由砝码和天平组成的称重设备测量得到，测量结果为10 g。称重设备的不确定度为3×10-4（*k*=3）。

A*.*3.4.3 测量模型

被测量是样品中所含氢氧化钾的质量分数，用符号表示，其测量模型为式（A-21）：

（A-21）

A*.*3.4.4 合成标准不确定度的计算公式

由于被测量的测量模型中各输入量是相乘的关系，函数关系符合以下形式：

测得值的相对合成标准不确定度可以表示为式（A-22）或（A-23）：

（A-22）

即

（A-23）

的相对合成标准不确定度为式（A-24）：

（A-24）

由此可见，不确定度的主要来源为消耗标准溶液的体积、标准盐酸溶液浓度、氢氧化钾的相对分子质量和样品的质量不完全准确。

A*.*3.4.5 标准不确定度分量评定

1）消耗标准溶液的体积测量引入的标准不确定度

消耗标准溶液的体积是用滴定管测量的，滴定管的最大允许误差为±0.6%，假设为均匀分布，取；则：

2）标准盐酸溶液浓度的标准不确定度

从所给的信息知道，标准滴定溶液的物质的量浓度为：

0.2（1±1×10-3）mol/L（*k*=2）

即盐酸溶液浓度 mol/L，其相对扩展不确定度=1×10-3（*k*=2）。

则盐酸溶液浓度的相对标准不确定度为：

1×10-3/2=0.5×10-3

3）氢氧化钾的摩尔质量的相对标准不确定度

根据上面给出的2023年国际公布的元素的标准原子质量表中的数据得到：

，，

由于

因此，分子量为

其标准不确定度

其相对标准不确定度

4）样品的质量测量不准引入的标准不确定度

样品的质量用由砝码和天平组成的称重设备测量得到，测量结果为10 g，测量重复性（实验标准偏差）为0.3×10-4。称重设备的不确定度为3×10-4 （*k*=3）。所以由质量不完全准确引入的标准不确定度分量为：

A*.*3.4.6 合成标准不确定度计算

由不确定度分析和评定看出，测定氢氧化钾质量分数的最主要的不确定度来源在于消耗盐酸溶液的体积的测量误差。在实际工作中，可以采用提高滴定管的准确度等级来减小测量不确定度。

A*.*3.4.7 扩展不确定度确定

为了便于测量结果间相互比较，按惯例在确定相对扩展不确定度时取包含因子为2，则：

2×3.5×10-3=7×10-3 （*k*=2）

A*.*3.4.8 报告测量结果

由于滴定终点消耗标准溶液50mL，即 mL，标准滴定溶液的物质的量浓度为 mol/L，氢氧化钾的摩尔质量 g/mol，样品的质量为10 g。则样品中所含氢氧化钾的质量分数为：

*ω*(KOH)

56.1×10-3=0.056 1

7×10-3 ； 0.056 1×7×10-3=0.000 4，*k*=2

测量结果也可以报告为：*ω*(KOH) 0.056 10.000 4，*k*=2。

后的数是扩展不确定度，与测量获得的测得值的末位一致，包含因子为2。

A.3.5 工作用玻璃液体温度计的校准

本例是计量校准工作中经常遇到的关于校准值、修正值、示值误差的测量不确定度评定的举例。

A.3.5.1 校准用设备和校准方法

使用分度值为0.05°C、测量范围为（-30~300）℃的标准水银温度计校准0.1℃分度的工作用玻璃体温度计，二者在温度范围为（-30~100）℃、温度稳定性为±0.02℃/10min、工作区最大温差为0.02℃的恒温槽中进行比较。

校准方法参照JJG 130—2011《工作用玻璃液体温度计》进行。将标准水银温度计和被校工作用玻璃液体温度计同时以全浸方式放入恒定温度的恒温槽中，待示值稳定后，分别读取标准温度计和被校温度计的示值，由标准温度计的示值加其修正值得到与被校温度计示值对应的温度标准值，进而得到被校温度计修正值。本示例中，忽略校准测量中露出液柱的修正和标准水银温度计零点位置的变化。

A.3.5.2 测量模型

被校温度计温度示值*t*的修正值的测量模型为：

式中：

——校准测量中的被校温度计示值；

——校准测量中的温度标准值；

——校准测量中的标准温度计示值；

——标准温度计的修正值。

A.3.5.3 不确定度来源和不确定度分量评定

a）被校温度计读数分辨力引入的标准不确定度

采用B类评定方法。被校温度计的分度值为0.1 ℃，其读数分辨力为其分度值的1/10，则不确定度区间半宽为0.005℃，设为均匀分布，取，则：

b）温度标准值引入的标准不确定度

1）标准水银温度计读数分辨力引入的标准不确定度

采用B类评定方法。标准水银温度计的分度值为0.05 ℃，其读数分辨力为其分度值的1/10，则不确定度区间半宽为0.002 5℃，设为均匀分布，取，则：

2）由标准水银温度计修正值引入的标准不确定度

修正值引入的不确定度，采用B类方法评定。

由所用的标准水银温度计检定证书查得，其修正值的扩展不确定度*U*=0.025℃，包含因子*kp*=2.58，则：

3）由恒温槽温场不均匀引入的标准不确定度

采用B类评定方法。（-30~100）℃恒温槽温场最大温差为0.02℃，则区间半宽为0.01℃，按均匀分布处理，取，则由恒温槽温场不均匀引入的标准不确定度：

d）读数重复性等综合影响引入的标准不确定度

各种随机影响因素如恒温槽的温度起伏、被校温度计和标准水银温度计读数重复性等引入的的标准不确定度，采用A类方法评定。将二等标准水银温度计和一支被校温度计同时以全浸的方式放入恒温槽中，待示值稳定后，分别对标准和被校温度计重复读数*n*（*n*=10）次，用贝塞尔公式计算得到单次测量的实验标准偏差为0.018 ℃；校准结果由的*m*（*m*=4）次读数的算术平均值得到，故由重复性引起的测量不确定度分量用下式计算得到：

A.3.5.4 合成标准不确定度计算

不确定度分量一览表见表A-4。

表A-4 工作用玻璃液体温度计校准的不确定度（分量）一览表

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 输入量 | | 不确定度来源 | 标准不确定度 |
|  | | 被校温度计读数分辨力 |  |
|  | | 标准温度值 |  |
|  |  | 标准水银温度计读数分辨力 |  |
|  | 标准水银温度计修正值 |  |
|  | 恒温槽温场不均匀 |  |
| and |  | 读数重复性等综合影响 |  |

由于表中各不确定度互不相关，且灵敏系数的绝对值均为1，被校准温度计修正值的合成标准不确定度为：

A.3.5.5 扩展不确定度确定

取包含因子*k*=2，则0.1℃分度的被校工作用玻璃液体温度计修正值的扩展不确定度为：

由于，被校温度计的校准值即为温度标准值，，而示值误差为修正值的相反数，所以温度标准值和温度示值误差的扩展不确定度与修正值的扩展不确定度相同。

A.3.6 电阻和电抗的同时测量

这个例子说明如何处理同一测量中同时确定多个被测量或输出量以及它们的估计值之间的相关性。这里只考虑观测值的随机变化；在实际应用中，系统影响的修正的不确定度也会对测量结果的不确定度有贡献。数据以两种不同的方法进行分析，得出的数值基本一致。

A.3.6.1 测量问题

电路元件的电阻*R*和电抗*X*是通过测量其两端的正弦波交流电压的幅值*V*、通过它的交流电流的幅值*I*以及交流电压相对于交流电流的相位差*φ*来确定的。因此，三个输入量为*V、I*和*φ*，而三个输出量（即被测量）是阻抗的三个特征量*R*、*X*和*Z*。因为，所以只有两个独立的输出量。

A.3.6.2 测量模型和数据

根据欧姆定律，被测量与输入量的关系为：

（A-25）

假设对三个输入量*V*、*Ⅰ*和*φ*进行五组独立的同步观测数据在类似条件下获得，最终得到表A-5所示结果。同时给出了观测值的算术平均值，以及根据4.3.2中的式（5）和（13）计算得出的这些平均值的实验标准偏差。取平均值作为输入量期望的估计值，取平均值的实验标准差作为平均值的标准不确定度。

由于平均值 、和是由同步观测得到的结果，因此它们是相关的，在评估被测量*R*、*X*和*Z*的标准不确定度时须考虑这些相关性。使用4.4.4.2中式（40）计算的、的值，可以很容易地由4.4.1的式（28）获得所需的相关系数。计算结果见表A-5，表中且。

表A-5 从五组同时观测值得到的输入量*V*、*Ⅰ*和*φ*的值

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 组号  *k* | 输入量 | | |
| *V* / V | *I /* mA | *φ*/ rad |
| 1 | 5.007 | 19.663 | 1.045 6 |
| 2 | 4.994 | 19.639 | 1.043 8 |
| 3 | 5.005 | 16.640 | 1.046 8 |
| 4 | 4.990 | 19.685 | 1.042 8 |
| 5 | 4.999 | 19.678 | 1.043 3 |
| 算术平均值 |  |  |  |
| 平均值的实验标准差 |  |  |  |
| 相关系数 | | | |
|  | | | |
|  | | | |
|  | | | |

A.3.6.3 方法1

方法1及其结果汇总于表A-6。

三个被测量*R*、*X*和*Z*的值是通过式（A-25）中给出的关系，用表A-5给出的*V*、*Ⅰ*和*φ*的平均值、和得到的。*R、X*和*Z*的标准不确定度由4.4.1的式（28）得到，因为如上所述，输入量*V*、*Ⅰ*和*φ*是相关的。举例说明，对于*Z*=*V*/*I*，将视为，视为，*Z*=*V*/*I*视为,通过4.4.1的（28）式可得出*Z*的合成标准不确定度。

（A-26a）

（A-26b）

或

（A-26c）

式中，,，最后一个表达式中的下标“r”表示*u*是相对不确定度。把表A-5中的相应数据代入式（A-26a），则可得到*u*(Z)=0.236 Ω。

因为三个被测量或输出量依赖于相同的一组输入量，所以它们也是相关的。描述这种相关性的协方差矩阵的元素通常可写成：

（A-27）

式中，，。式（A-27）是4.4.4.2式（42）当公式中的相关时的通用形式。输出量间相关系数的估计值由给出，如4.4.1公式（28）所示。应该认识到，协方差矩阵的对角元素是输出量的估计方差，对于，式（A-27）与4.4.1中的式（29）是等同的。

为将式（A-27）应用于本例，变量替代关系如下：

表A-6给出了*R、X*和*Z*的计算结果及其方差和相关系数的估计值。

表A-6 方法1的输出量*R*、*X* 和*Z* 计算

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 被测量序号 *l* | 被测量估计值与  输入量估计值的关系 | 被测量估计值 | 合成标准不确定度 |
| 1 |  | Ω | Ω |
| 2 |  | Ω | Ω |
| 3 |  | Ω | Ω |
| 相关系数 | | | |
|  | | | |
|  | | | |
|  | | | |

A.3.6.4方法2

方法2及其结果汇总于表A-7。

由于已获得三个输入量*V*、*Ⅰ*和*φ*的5组观测值的数据，因此可以从每组输入数据分别计算出*R*、*X*和*Z*的一个值，并各取5个值的算术平均值作为*R*、*X*和*Z*的估计值。于是，按常规方法用五个值计算每个平均值的实验标准偏差（即合成标准不确定度），参见4.3.2.2的式（13）；三个量的平均值的估计协方差可用4.4.4.2中式（40）直接由获得每个平均值的5个观测值计算得到。除了与用代替、代替等项相应的二阶效应外，两种方法提供的输出值、标准不确定度和估计协方差都没有区别。

为证明这种方法，表A-7给出了根据每组观测值计算得到的*R*、*X*和*Z*值。然后，从这些值直接计算出算术平均值、标准不确定度、相关系数的估计值。以这种方式得到的数值结果和表A-6给出结果的差异可以忽略不计。

表A-7 方法2的输出量*R*、*X* 和*Z* 计算

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 组号 *k* | 被测量的单次测得值 | | |
| (Ω) | (Ω) | (Ω) |
| 1 | 127.67 | 220.32 | 254.64 |
| 2 | 127.89 | 219.79 | 254.29 |
| 3 | 127.51 | 220.64 | 254.84 |
| 4 | 127.71 | 218.97 | 253.49 |
| 5 | 127.88 | 219.51 | 254.04 |
| 算术平均值 |  |  |  |
| 平均值的实验标准差 | 0.071 | 0.295 | 0.236 |
| 相关系数 | | | |
|  | | | |
|  | | | |
|  | | | |

方法2计算被测量的估计值采用了4.2.8中式（3），而方法1采用了式（4）。正如4.2.8中指出的那样，一般来说，如果*f*是其输入量的线性函数，在实施方法1时考虑了由观测值得到的相关系数的前提下，这两种方法将给出相同的结果。如果*f*不是线性函数，则方法1的结果将与方法2的结果不同，这取决于非线性程度以及*Xi*的估计方差和协方差。这可以从下面的表达式中看出：

（A-28）

上式中，右边的第二项是*f*关于的泰勒级数展开中的二阶项[参见4.4.1式（32）]。在本例中，方法2更为合适，因为它避免了的近似，且更好地反映了所使用的测量程序⎯⎯数据实际上是分组采集的。

另一方面，若表A-5的数据呈现的是电压*V*的次的观测值，随后观测的电流*I*的次的值，以及最后观测相位差的次的值，则方法2将不适用；并且当时根本无法实施。事实上，以这种方式进行测量是糟糕的测量程序，因为固定阻抗两端的电压和流经它的电流是直接相关的。

如果以这种方式重新解读表A-5的数据，则方法2不适用；如果进一步假定量*V*、*Ⅰ*和*φ*之间不存在相关性，那么观察到的相关系数的数值将没有意义并且应设为零。如果对表A-5如此处理，则公式（A-27）简化为等同于式（42）的公式，即：

（A-29）

表A-5数据的上述变化导致表A-6数据的改变，如表A-8所示。

表A-8 假设表A-5中相关系数为零时表A-6的变化

|  |
| --- |
| 测量结果的合成标准不确定度 |
| Ω， |
| Ω， |
| Ω， |
| 相关系数 |
|  |
|  |
|  |

# **附录B 分布在不同置信概率与自由度 时的值（值）**

分布在不同置信概率与自由度时的值（值）

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 自由度 |  | | | | | |
|  |  |  |  |  |  |
| 1 | 1.84 | 6.31 | 12.71 | 13.97 | 63.66 | 235.80 |
| 2 | 1.32 | 2.92 | 4.30 | 4.53 | 9.92 | 19.21 |
| 3 | 1.20 | 2.35 | 3.18 | 3.31 | 5.84 | 9.22 |
| 4 | 1.14 | 2.13 | 2.78 | 2.87 | 4.60 | 6.62 |
| 5 | 1.11 | 2.02 | 2.57 | 2.65 | 4.03 | 5.51 |
|  |  |  |  |  |  |  |
| 6 | 1.09 | 1.94 | 2.45 | 2.52 | 3.71 | 4.90 |
| 7 | 1.08 | 1.89 | 2.36 | 2.43 | 3.50 | 4.53 |
| 8 | 1.07 | 1.86 | 2.31 | 2.37 | 3.36 | 4.28 |
| 9 | 1.06 | 1.93 | 2.26 | 2.32 | 3.25 | 4.09 |
| 10 | 1.05 | 1.81 | 2.23 | 2.28 | 3.17 | 3.96 |
|  |  |  |  |  |  |  |
| 11 | 1.05 | 1.80 | 2.20 | 2.25 | 3.11 | 3.85 |
| 12 | 1.04 | 1.78 | 2.18 | 2.23 | 3.05 | 3.76 |
| 13 | 1.04 | 1.77 | 2.16 | 2.21 | 3.01 | 3.69 |
| 14 | 1.04 | 1.76 | 2.14 | 2.20 | 2.98 | 3.64 |
| 15 | 1.03 | 1.75 | 2.13 | 2.18 | 2.95 | 3.59 |
|  |  |  |  |  |  |  |
| 16 | 1.03 | 1.75 | 2.12 | 2.17 | 2.92 | 3.54 |
| 17 | 1.03 | 1.74 | 2.11 | 2.16 | 2.90 | 3.51 |
| 18 | 1.03 | 1.73 | 2.10 | 2.15 | 2.88 | 2.48 |
| 19 | 1.03 | 1.73 | 2.09 | 2.14 | 2.86 | 3.45 |
| 20 | 1.03 | 1.72 | 2.09 | 2.13 | 2.85 | 3.42 |
|  |  |  |  |  |  |  |
| 25 | 1.02 | 1.71 | 2.06 | 2.11 | 2.79 | 3.33 |
| 30 | 1.02 | 1.70 | 2.04 | 2.09 | 2.75 | 3.27 |
| 35 | 1.01 | 1.70 | 2.03 | 2.07 | 2.72 | 3.23 |
| 40 | 1.01 | 1.68 | 2.02 | 2.06 | 2.70 | 3.20 |
| 45 | 1.01 | 1.68 | 2.01 | 2.06 | 2.69 | 3.18 |
|  |  |  |  |  |  |  |
| 50 | 1.01 | 1.68 | 2.01 | 2.05 | 2．68 | 3.16 |
| 100 | 1.005 | 1.66 | 1.984 | 2.025 | 2.626 | 3.077 |
|  | 1.000 | 1.645 | 1.960 | 2.000 | 2.576 | 3.000 |
| ：对期望，总体标准偏差的正态分布描述某量，当时，区间分别包含分布的68.27%， 95.45%，99.73%。 | | | | | | |

注：

1 值可在WPS（或EXCEL）中通过函数“T.INV(0.5+p/2, )”计算得到。

2查表时，若自由度较小而又要求较高准确度，非整数的自由度可按以下两种方法之一，内插计算值。

1）按非整内插求

例：对， ，由，

得

2）按非整由内插求

例：对， ，由，

得

以上两种方法中，第二种方法更为准确。

# **附录C** 有关量的符号汇总

有关量的符号汇总

|  |  |
| --- | --- |
|  | 输入量*Xi*的可能值区间的半宽度 |
|  | 输入量*Xi*的可能值区间的上限 |
|  | 输入量*Xi*的可能值区间的下限 |
|  | 灵敏系数， |
|  | 测量函数 |
|  | 包含因子 |
|  | 包含概率为*p* 时的包含因子 |
|  | 重复测量的次数 |
|  | 测量模型输入量的个数 |
| *p* | 概率；包含概率；置信概率 |
| *p*(*x*) | *x*的概率密度函数 |
|  | 量和估计值和的估计相关系数 |
|  | 量和的由对仿真独立观测值（可能值）和确定的和的估计相关系数 |
| *s* | 单个观测值的实验标准偏差 |
|  | 算术平均值的实验标准偏差 |
|  | 合并[样本]方差 |
|  | 合并[样本]标准偏差 |
|  | 分布的因子，是自由度和给定概率*p*的函数 |
|  | 与有效自由度和给定概率*p*对应的分布的因子 |
|  | 输入量在估计值的估计方差 |
|  | 输入估计值的标准不确定度 |
|  | 第*i*个不确定度分量 |
|  | 合成标准不确定度 |
|  | 两个输入量*Xi*和*Xj*的估计值与的估计协方差 |
|  | 输出估计值的合成方差 |
|  | 输出估计值的合成标准不确定度 |
|  | 由输入估计值的标准不确定度对应的输出估计值的标准不确定度的分量， |
|  | 在同一次测量中确定的输出估计值与的估计协方差 |
|  | 输入估计值相关的相对标准不确定度 |
|  | 输出估计值相关的相对合成标准不确定度 |
| ； | 相对标准不确定度 |
|  | 提供一个包含区间为的输出估计值相关的扩展不确定度。它等于包含因子与的合成标准不确定度之积， |
|  | 提供包含概率为*p*的包含区间的输出估计值相关的扩展不确定度， |
| *U*95 | 包含概率*p*为0.95的扩展不确定度 |
|  | 相对扩展不确定度 |
|  | 包含概率为*p*的相对扩展不确定度 |
|  | 输入量的估计值 |
|  | 被测量的测量模型中的第个输入量或其观测值 |
|  | 的次重复独立观测值的算术平均值 |
|  | 输入量的第个独立观测值 |
|  | 被测量的估计值；输出估计值 |
|  | 在同一次测量中，要确定两个或多个被测量时，被测量的估计值 |
| *Y* | 被测量 |
|  | 分辨力；两个量的偏差 |
|  | 随机变量概率分布的期望 |
|  | 自由度 |
|  | 输入估计值相关的标准不确定度的自由度 |
|  | 合成标准不确定度的有效自由度 |
|  | 标准不确定度的标准不确定度 |
|  | 标准不确定度的相对标准不确定度，在B类评定中用于计算标准不确定度的自由度 |

# **附录D 术语的英汉对照**

术语的英汉对照

|  |  |
| --- | --- |
| a priori distribution | 先验分布 |
| arithmetic mean, aννerage | 算术平均值 |
| combined standard uncertainty | 合成标准不确定度 |
| combined variance | 合成方差 |
| coverage interval | 包含区间 |
| coverage probability | 包含概率 |
| coverage factor | 包含因子 |
| correction | 修正 |
| correlation | 相关 |
| correlation coefficient | 相关系数 |
| covariance | 协方差 |
| definitional uncertainty | 定义的不确定度 |
| degrees of freedom | 自由度 |
| effective degrees of freedom | 有效自由度 |
| empirical model | 经验模型 |
| experimental standard deviation | 实验标准偏差 |
| estimate | 估计值 |
| expanded uncertainty | 扩展不确定度 |
| expectation | 期望、期望值 |
| Independence | 独立 |
| influence quantity | 影响量 |
| input estimate | 输入估计值 |
| input quantity | 输入量 |
| instrumental measurement uncertainty | 仪器的测量不确定度 |
| law of propagation of uncertainty | 不确定度传播律 |
| maximum permissible error | 最大允许误差 |
| measurement | 测量 |
| measurand | 被测量 |
| measured quantity value | 测得的量值 |
| measurement function | 测量函数 |
| measurement model | 测量模型 |
| measurement result | 测量结果 |
| measurement repeatability | 测量重复性 |
| measurement reproducibility | 测量复现性 |
| measurement standard | 测量标准 |
| measurement error | 测量误差 |
| measurement uncertainty | 测量不确定度 |
| normal distribution | 正态分布 |
| output estimate | 输出估计值 |
| output quantity | 输出量 |
| Probability | 概率 |
| probability distribution | 概率分布 |
| probability density function | 概率密度函数 |
| random effect | 随机效应；随机影响 |
| random variable | 随机变量 |
| relative standard uncertainty | 相对标准不确定度 |
| repeatability conditions | 重复性条件 |
| Resolution | 分辨力 |
| sensitivity coefficient | 灵敏系数 |
| standard deviation | 标准偏差 |
| standard uncertainty | 标准不确定度 |
| statistic control | 统计控制 |
| systematic effect | 系统效应；系统影响 |
| target uncertainty | 目标不确定度 |
| -factor | 因子；值 |
| -distribution | 分布 |
| Type A evaluation of measurement uncertainty | 测量不确定度的A类评定 |
| Type B evaluation of measurement uncertainty | 测量不确定度的B类评定 |
| uncertainty budget | 不确定度汇总 |
| variance | 方差 |

-----------------------------------------