

垂直摆倾斜仪校准规范

测量不确定度评定报告

中国地震局地震研究所

二〇二五年九月

0 概述

实验室：中国地震局地震研究所

被检设备：井下垂直摆倾斜仪

检测地点：武汉地震台九峰山洞（温度 19.7℃，湿度 70.67%）

检测设备：

(1)

倾斜检测平台

(2)

激光干涉仪

(3)

数据采集器

不确定度评定项目：

垂直摆倾斜仪不确定度评定项目共 4 项，见表：

序号	校准项目	评定过程序号
1	灵敏度	1
2	分辨力	2
3	量程	3
4	线性度误差	4

1 灵敏度测量不确定度评定

1.1 测量方法

依据本校准规范 7.1 中的灵敏度校准方法，对被校设备进行测试。

1.2 数学模型

检测平台倾斜变化量  $x$  按式（1.1）计算：

$$x=\frac{\Delta H}{L}\rho$$

(1.1)

式中： $x$ -检测平台倾斜变化量，单位为角秒（″）；

$\Delta H$ -检测平台垂直位移变化量，单位为米（m）；

$L$ -检测平台基线长度，单位为米（m）；

$\rho$ -转换系数， $\rho=206265$ 。

灵敏度计算：

$$n=\frac{\Delta \overline{y}}{\Delta \overline{x}}$$

(1.2)

式中： $n$ -被校仪器灵敏度，单位为（V/″）；

$\Delta\bar{y}$  -倾斜仪输出电压变化量平均值;

$\Delta\bar{x}$  -检测平台倾斜变化量平均值。

### 1.3 测量不确定度的主要来源

灵敏度的测量不确定度的主要来源有:

- a) 由激光干涉仪精度引入的测量不确定度分量 $u_x$
- b) 由平台基线长度加工误差引入的测量不确定度分量 $u_L$
- c) 由数采电压分辨力引入的测量不确定度分量 $u_v$

### 1.4 标准不确定度评定

#### 1.4.1 由激光干涉仪精度引入的测量不确定度分量 $u_x$

激光干涉仪的分辨力为 1nm, 假设误差服从均匀分布, 因此引入的标准不确定度 $u_x$ 计算如下:

$$u_{\text{res}} = \frac{1 \text{ nm}}{2\sqrt{3}} \approx 0.289\text{nm}$$

灵敏度根据不确定度传播律得:

$$c_x = \frac{\partial n}{\partial \Delta H} = -\frac{\Delta \bar{y} L}{\rho \Delta H^2}$$

#### 1.4.2 由平台基线长度加工误差引入的测量不确定度分量 $u_L$

平台基线长度加工误差为 $\pm 0.5\text{mm}/1\text{m}$ , 假设误差服从均匀分布, 则由基线长度误差引入的不确定度分量为:

$$u_L = \frac{0.05\%}{\sqrt{3}} \times 1\text{m} = 0.289\text{mm}$$

根据不确定度传播律得灵敏度为:

$$c_L = \frac{\partial n}{\partial L} = \frac{\Delta \bar{y}}{\rho \Delta H}$$

#### 1.4.3 由数采电压分辨力引入的测量不确定度分量 $u_v$

数采电压分辨力为 0.1mV, 假设误差服从均匀分布, 则由数采电压分辨力引入的测量不确定度分量 $u_v$ 为:

$$u_v = \frac{0.1\text{mV}}{2\sqrt{3}} = 0.029\text{mV}$$

根据不确定度传播律得灵敏度为:

$$c_v = \frac{\partial n}{\partial y} = \frac{L}{\rho \Delta H}$$

### 1.5 标准不确定度分量一览表

表 1 灵敏度校准的不确定度分量一览表

分量	来源	评定方法	分布	$c_i$	$u(x_i)$
$u_x$	激光干涉仪精度	B	均匀	$c_x$	0.289nm
$u_L$	平台基线长度加工误差	B	均匀	$c_L$	0.289mm
$u_v$	数采电压分辨力	B	均匀	$c_v$	0.029mV

### 1.6 合成标准不确定度 $u_s$

考虑到各影响量，且各不确定度分量独立不相关，则灵敏度的合成标准不确定度为：

$$u_s = \sqrt{c_x^2 u_x^2 + c_L^2 u_L^2 + c_v^2 u_v^2} = 0.000514V/''$$

### 1.7 扩展不确定度 $U_s$

取包含因子  $k=2$ ，被校仪器灵敏度测量的扩展不确定度为：

$$U_s = 0.001028V/''$$

## 2 分辨力测量不确定度评定

### 2.1 测量方法

依据本校准规范 7.2 中的分辨力校准方法，对被校设备进行测试。

### 2.2 数学模型

按式 (2.1) 计算归一化系数：

$$k = \frac{2 \times (n-2)}{(d'_n - d'_2) + (d'_{-n} - d'_{-2})} \times \frac{0.0001''}{0.001''} \quad (2.1)$$

式中： $k$ -归一化系数。

$n$ -半窗宽，一般取 7~15，在本次试验取  $n=7$ 。

$d'$ -为理论值  $d$  间隔  $0.0001''$  相应时间间隔序列的观测值。

计算归一化序列值：

$$d_i'' = k \cdot d_i', \quad i = -n, \dots, -1, 0, 1, \dots, n \quad (2.2)$$

$$\overline{d''} = \left( \frac{\sum_{i=2}^n d_i''}{(n-2)+1} + \frac{\sum_{i=-2}^{-n} d_i''}{(n-2)+1} \right) / 2 \quad (2.3)$$

$$\overline{d_i''} = \overline{d''} + (1 + n/2 - |i|) \times 0.1 \quad (2.4)$$

$$\Delta d_i'' = d_i'' - \overline{d_i''} \quad (2.5)$$

$\Delta d_i''$  中最大值即为推算的仪器分辨力。

### 2.3 测量不确定度的主要来源

分辨力的测量不确定度主要来源有：

a) 由灵敏度测量误差引入的测量不确定度分量 $u_i$ ；

### 2.4 标准不确定度评定

#### 2.4.1 灵敏度测量误差引入的测量不确定度分量 $u_i$

由上述灵敏度测量不确定度评定得到 $u_s = 0.000514V/''$ ，根据实验结果计算相对不确定

度为:

$$u_i(NS) = 0.028\%$$

$$u_i(EW) = 0.030\%$$

由于灵敏度与观测值为倍乘关系，比例系数为常数，可以用灵敏度的相对不确定度作为观测值的相对不确定度，则由灵敏度误差引入的观测值不确定度为:

$$u_i(NS) = u_i \times d'_i \times 0.001'' = 2.18 \times 10^{-6}''$$

$$u_i(EW) = u_i \times d'_i \times 0.001'' = 3.76 \times 10^{-6}''$$

其中 $d'_i$ 为 $\Delta d''_i$ 取到最大值时对应的观测值（作为典型值）。

接下来计算灵敏度系数，通过不确定度传播律得， $k$ 的不确定度为:

$$u_k = - \frac{2u_i}{(d'_7 - d'_2 + d'_{-7} - d'_{-2})^2}$$

由式（2.2）、（2.3）、（2.4）、（2.5）得到全过程灵敏度为:

$$c_s = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{12}}\right) \times k + \left(d'_i - \frac{\sum_{t=2}^7 d'_t + \sum_{t=-2}^{-7} d'_t}{12}\right) \frac{-2}{(d'_7 - d'_2 + d'_{-7} - d'_{-2})^2}$$

2.5 标准不确定度分量一览表

表 2 分辨力校准的不确定度分量一览表

分量	来源	评定方法	分布	$c_i$	$u(x_i)$
$u_i$	灵敏度测量误差	B	均匀	$c_i$	NS: $2.18 \times 10^{-6}''$ EW: $3.76 \times 10^{-6}''$

2.6 合成标准不确定度 $u_\delta$

考虑到分辨力校准的不确定度来源唯一，则分辨力的合成标准不确定度为:

$$u_\delta(NS) = \sqrt{c_i^2 u_i(NS)^2} = 5.47 \times 10^{-6}''$$

$$u_\delta(EW) = \sqrt{c_i^2 u_i(EW)^2} = 8.45 \times 10^{-6}''$$

2.7 扩展不确定度 $U_\delta$ :

取包含因子  $k=2$ ，被校仪器分辨力测量的扩展不确定度为:

$$U_\delta(NS) = 2 \times u_\delta(NS) = 1.09 \times 10^{-5}''$$

$$U_\delta(EW) = 2 \times u_\delta(EW) = 1.69 \times 10^{-5}''$$

3 线性度误差测量不确定度评定

3.1 测量方法

依据本校准规范 7.3 中的线性度误差校准方法，对被校设备进行测试。

### 3.2 数学模型

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (i=1, 2, \dots, 10) \quad (3.1)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (3.2)$$

$$L_{xx} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (3.3)$$

$$L_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad (3.4)$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad (3.5)$$

$$b = L_{xy} / L_{xx} \quad (3.6)$$

直线拟合值：

$$Y_i = a + bx_i \quad (3.7)$$

线性偏差：

$$\Delta y_i = y_i - Y_i \quad (3.8)$$

线性度误差为：

$$d = \frac{\Delta y_{\max}}{\Delta y_{FS}} \times 100\% \quad (3.9)$$

式中：

$x_i$  - 平台倾斜变化量；

$y_i$  - 每次变化时仪器上、下两个输出值的平均值；

$d$  - 线性度误差；

$\Delta y_{\max} - \Delta y_i$  中最大极差值；

$\Delta y_{FS}$  - 实际测试输出满度值；

### 3.3 测量不确定度的主要来源

线性度误差的测量不确定度主要来源有：

- a) 由激光干涉仪精度引入的测量不确定度分量  $u_x$ ；
- b) 由数采电压分辨力引入的测量不确定度分量  $u_v$ ；

3.4 标准不确定度评定

3.4.1 激光干涉仪精度引入的测量不确定度分量  $u_x$

激光干涉仪的分辨力为  $1\text{nm}$ ，假设误差服从均匀分布，则由激光干涉仪精度引入的不确定度为：

$$u_x = \frac{1\text{ nm}}{2\sqrt{3}} \approx 0.29\text{nm}$$

通过不确定度传播律计算得灵敏度系数：

$$c_x = \frac{1}{\Delta H}$$

其中 $\Delta H$ 为最大线性偏差 $\Delta y_{max}$ 对应的激光干涉仪的读数（作为典型值）。

3.4.2 数采电压分辨力引入的测量不确定度分量  $u_v$

数采电压分辨力为  $0.1\text{ mV}$ ，假设误差服从均匀分布，则由数采电压分辨力引入的测量不确定度分量 $u_v$ 为：

$$u_v = \frac{0.1\text{mV}}{2\sqrt{3}} = 0.029\text{mV}$$

通过不确定度传播律计算得灵敏度系数：

$$c_v = \frac{1}{\Delta y_{FS}}$$

3.5 标准不确定度分量一览表

表 3 线性度误差校准的不确定度分量一览表

分量	来源	评定方法	分布	$c_i$	$u(x_i)$
$u_x$	激光干涉仪精度	B	均匀	$c_x$	0.29 nm
$u_v$	数采电压分辨力	B	均匀	$c_v$	0.029 mV

3.6 合成标准不确定度  $u_d$

考虑到各影响量，且各不确定度分量独立不相关，则线性度误差的合成标准不确定度为：

$$u_d = \sqrt{c_x^2 u_x^2 + c_v^2 u_v^2}$$

计算得到：

$$u_d(NS) = 0.003\%$$

$$u_d(EW) = 0.003\%$$

3.7 扩展不确定度  $U_d$

取包含因子  $k=2$ ，被校仪器线性度误差测量的扩展不确定度为：

$$U_d(NS) = 2 \times 0.003\% = 0.006\%$$

$$U_d(EW) = 2 \times 0.003\% = 0.006\%$$

4 量程测量不确定度评定

4.1 测量方法

据本校准规范 7.4 中的量程校准方法，对被校设备进行测试。

4.2 数学模型

检测平台倾斜变化量  $x$  按式 (4.1) 计算:

$$x = \frac{\Delta H}{L} \rho \tag{4.1}$$

式中:

- $x$  ——检测平台倾斜变化量, 单位为角秒 (");
- $\Delta H$  ——激光干涉仪读数, 单位为米(m);
- $L$  ——基线长度, 单位为米(m);
- $\rho$  ——系数,  $\rho = 206265$ 。

4.2 不确定度来源

量程的测量不确定度主要来源有:

- a) 由激光干涉仪精度引入的测量不确定度分量  $u_x$ ;
- b) 由平台基线长度加工误差引入的测量不确定度分量  $u_L$ ;

4.3 标准不确定度评定

4.3.1 激光干涉仪精度引入的测量不确定度分量  $u_x$

激光干涉仪的分辨力为  $1nm$ , 假设误差服从均匀分布, 则由激光干涉仪精度引入的不确定度为:

$$u_x = \frac{1\text{ nm}}{2\sqrt{3}} \approx 0.289nm$$

接下来计算灵敏度系数, 通过不确定度传播律得:

$$c_x = \frac{\rho}{L}$$

4.3.2 平台基线长度加工误差引入的测量不确定度分量  $u_L$

平台基线长度加工误差为  $\pm 0.5mm/1m$ , 假设误差服从均匀分布, 则由平台基线长度加工误差引入的不确定度为:

$$u_L = \frac{0.5mm}{\sqrt{3}} = 0.289mm$$

由不确定度传播律, 取实验标称长度  $\Delta H = 10\mu m$ , 计算灵敏度系数:

$$c_L = -\frac{\Delta H \rho}{L^2}$$

4.4 标准不确定度分量一览表

表 4 量程校准的不确定度分量一览表

分量	来源	评定方法	分布	$c_i$	$u(x_i)$
$u_x$	激光干涉仪精度	B	均匀	$c_x$	0.289nm
$u_L$	平台基线长度加工误差	B	均匀	$c_L$	0.289mm

#### 4.5 合成标准不确定度 $u_R$

考虑到各影响量，且各不确定度分量独立不相关，则分辨力的合成标准不确定度为：

$$u_R = \sqrt{c_X^2 u_x^2 + c_L^2 u_L^2}$$

计算得到：

$$u_R = 5.99 \times 10^{-4}''$$

#### 4.6 扩展不确定度 $U_R$

取包含因子  $k=2$ ，被校仪器量程测量的扩展不确定度为：

$$U_R = 2 \times u_R = 1.20 \times 10^{-3}''$$